

TUMSAT-OACIS Repository - Tokyo

University of Marine Science and Technology

(東京海洋大学)

高精度粒子法による加振水槽内の水面振動制御のモデル化に関する研究

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2020-06-22 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 米山, 裕一 メールアドレス: 所属:
URL	https://oacis.repo.nii.ac.jp/records/1920

修士学位論文

高精度粒子法による加振水槽内の
水面振動制御のモデル化に関する研究

2019 年度
(2020 年 3 月)

東京海洋大学大学院
海洋科学技術研究科
海洋資源環境学専攻

米山 裕一

修士学位論文

高精度粒子法による加振水槽内の
水面振動制御のモデル化に関する研究

2019 年度
(2020 年 3 月)

東京海洋大学大学院
海洋科学技術研究科
海洋資源環境学専攻

米山 裕一

目次

1. 序論	1
1.1 研究の背景	1
1.2 既往の研究	1
1.2.1 スロッシング抑制に関する既往研究	1
a) 隔壁挿入による抑制	2
b) 抑制板による抑制	2
c) プラスチック繊維による抑制	2
1.3 研究の目的	3
1.4 論文の構成	3
2. MPS 法の高精度手法	4
2.1 MPS 法	4
2.1.1 MPS 法とは	4
2.1.2 MPS 法のアルゴリズム	6
2.1.3 圧力擾乱	9
2.1.4 壁面境界の境界条件	10
2.1.5 MPS 法に関する既往研究	11
a) MPS 法の高速度化	11
b) 粒子法による連成解析	11
2.2 高精度化の概要と必要性	12
2.3 高精度スキーム	13
2.3.1 Source term の高精度化	14
2.3.2 Laplacian 離散式の高精度化	16
2.3.3 圧力勾配項の高精度化	17
2.3.4 重み関数の高精度化	20
3. 高精度 MPS 法の精度検証	22
3.1 静水圧計算	22
3.1.1 検証方法	22
3.1.2 計算条件	23
3.1.3 計算結果	24
3.1.4 静水圧計算に関する考察	27
3.2 容器内定在波計算	27
3.2.1 検証方法	27
3.2.2 計算条件	28

3.2.3	計算結果.....	29
3.2.4	容器内定在波計算に関する考察.....	33
3.3	スロッシング計算.....	33
3.3.1	矩形水槽.....	33
a)	検証方法.....	33
b)	計算条件.....	34
c)	結果.....	36
3.3.2	斜面付き水槽.....	37
a)	検証方法.....	37
b)	計算条件.....	37
c)	結果.....	40
3.3.3	粒子径とスロッシング波高振幅の関係.....	45
3.3.4	スロッシング計算に関する考察.....	47
4.	没水平板のモデル化.....	48
4.1	壁粒子を用いた平板モデルの検討.....	48
4.2	提案モデルによるスロッシング減衰効果の検証.....	49
4.2.1	検証方法.....	49
4.2.2	計算条件.....	49
4.2.3	計算結果.....	51
4.3	平板モデルに関する考察.....	54
5.	没水多孔板のモデル化.....	55
5.1	富田（2016）の実験について.....	55
5.2	仮想減衰領域を用いた多孔板モデルの検討.....	56
5.3	提案モデルによるスロッシング減衰効果の検証.....	58
5.3.1	検証方法.....	58
5.3.2	計算条件.....	58
5.3.3	計算結果.....	59
5.4	多孔板モデルに関する考察.....	61
6.	まとめと今後の課題.....	62
6.1	本研究のまとめ.....	62
6.2	今後の課題・展望.....	62
	参考文献.....	63
	謝辞.....	65

1. 序論

1.1 研究の背景

日本は、ユーラシアプレート・オホーツクプレート・フィリピン海プレート・太平洋プレートという 4 枚のプレートの衝突部に位置しているため、世界でも有数の地震多発地帯である。近年では、津波による甚大な被害をもたらした東日本大震災をはじめ、家屋倒壊による死者が多かった熊本地震、土砂崩れや液状化現象が注目された北海道胆振東部地震など、大きな地震が頻繁に発生している。

沿岸域における地震災害について、津波だけでなく、危険物施設の被害、特に石油タンク内のスロッシング現象による石油の漏洩・火災は解決すべき課題であり、2011 年東日本大震災等でも報告されている¹⁾。

スロッシングとは、自由表面を有する液体の入った容器に外部から周期的な振動を与えた場合に起こる液体のうねりのことである。地震によって容器内の液体が強制加振され、特に地震波の振動数成分のうちスロッシングの固有振動数付近の成分が卓越している場合、共振を起こして液面の揺動が著しく増幅してしまう。

原油やガソリンなどの揮発性石油類を貯蔵する際、屋根が貯蔵物液面に浮いていて、液面の上下動とともに動く浮き屋根を用いることが多い。これは貯蔵油の蒸発損失を抑え、蒸気相をなくすことで安全性を保つという目的から採用されているが、地震による震動でスロッシングが発生すると、液面とともに浮き屋根まで動揺してしまう。液面揺動によって石油が漏洩し、タンク外で引火する場合や、液面とともに揺れている浮き屋根が容器側壁と衝突し、火花が散って石油に引火することで火災が発生するというケースもある。

石油タンク以外にも、大量の液体を輸送する船舶や車両、液体ロケット、ため池等でスロッシング現象が発生することにより、大きな被害をもたらすことが考えられる。そのため、スロッシング現象の防止は大変重要な課題である。

1.2 既往の研究

1.2.1 スロッシング抑制に関する既往研究

前節で述べた通り、地震災害に限らずスロッシング現象は様々なところで被害をもたらす可能性がある。スロッシング現象を防ぐため、非常に多くの対策方法が研究されてきた。特に、板や消波材のようなものを容器内に設置するという方法が多く考案されており、実験や数値計算により一定の減衰効果が認められている。本項では、スロッシング抑制に関する既往研究について、いくつか例を示す。

a) 隔壁挿入による抑制

容器の下部が連通するよう鉛直方向に隔壁を設置する方法で、近似解析、数値流体力学解析および模型実験により減衰効果が確認されている²⁾。隔壁を設置することで、U字管的スロッシングと隔壁内のスロッシングの振動モードに分けられる。前者では、刺激係数が小さくなること、空気層のばね効果により固有振動数が小さくなること、隔壁下部において渦が発生することで波高が小さくなる。後者では、容器幅が小さくなったことと同等の効果によって波高が小さくなる。

b) 抑制板による抑制

抑制板を側壁、側壁付近の液面下、または水槽底部に設置することで、スロッシングが抑制されることが確認されている。水槽の両側壁付近の液面下に水平板を設置した研究³⁾や、水槽底部にT字の板を設置した研究⁴⁾が過去になされ、抑制効果が確認された。既往研究では、抑制板によって摩擦面が増えること、ポテンシャルエネルギーの蓄積が妨げられること等からスロッシングが抑制されると述べられている。

c) プラスチック繊維による抑制

b)で述べたような抑制板を設置する方法は数多く検討されてきたが、これらとは全く違う方法として、水槽の内壁にプラスチック繊維を設置する手法が検証された⁵⁾。抑制板を用いる際、設置するために多くのスペースを要することがあること、既設タンクにおいて内容液の抜き取りが困難な場合があることを想定し、一部の壁面しか設置ができない等の制約条件下でも効果がある抑制手法として考案され、効果が確認されている。

1.3 研究の目的

前節でスロッシング抑制方法について既往研究をいくつか紹介した。様々な方法が考案されている一方で、実際に対策が施された事例は少ない。これは、低コストかつ効果的な方法がまだ確立されておらず、抑制板に関していえば、最適な大きさや配置、減衰量の評価、メカニズムの解明等、検討の余地がまだ残されているためである。これらを検討する上で、実験によるアプローチでは一般に多大な時間と費用を要することから、数値計算を用いた方が効率的であると考えた。

数値計算による流体運動解析の手法として、大きく分けて、オイラー的手法による格子法（有限要素法⁶⁾等）とラグランジュ的手法による粒子法（PAF法⁷⁾等）がある。本研究では、石油タンク内等でのスロッシングの評価に、壁境界が地震動によって常に変位することを考慮しやすいことから、粒子法を用いることとした。スロッシングの再現計算は粒子法でも多くされてきているが、減衰評価に粒子法が用いられた例はあまりない。また、粒子法の一つであるMPS（Moving Particle Semi-implicit）法⁸⁾を用いて没水平板を設定した流体解析を行ったところ、圧力擾乱による数値的な変動が多く見受けられ、計算の不安定化、および液面振動による水位判定の曖昧さ等の課題が残った⁹⁾。安定した解を得るためには、圧力計算の精度を向上させる必要があると考えられる。

そこで本研究では、まずMPS法の高精度化によって圧力振動を改善し、高精度MPS法を使って平板・多孔板をモデル化、および同モデルによる減衰効果を確認することを目的とする。

1.4 論文の構成

第1章では、本研究の背景となるスロッシング被害について、スロッシング被害防止のためになされてきた既往研究について、本研究の目的、および本論文の構成を述べた。

第2章では、まずMPS法の概要と計算アルゴリズムについて述べ、続いてMPS法の高精度手法について述べる。計算高精度化を施した方程式や離散化モデルごとに分けて解説しているため、組み込んだ順番通りにはなっていない。

第3章では、解析精度の確認のため実施した計算内容、およびその結果を示す。静水圧、容器内定在波、スロッシングの計算を行っており、それぞれ精度向上の確認方法と計算条件、結果を示し、最終節で3章全体の考察を述べる。

第4章、第5章では、それぞれ没水平板、没水多孔板のモデル化について、方法、提案モデルによるスロッシング抑制効果の検証方法およびその結果と考察を述べる。

第6章で、本研究で得られた主要な成果、今後の展望をまとめて本論文の結論とする。

2. MPS 法の高精度手法

2.1 MPS 法

2.1.1 MPS 法とは

今日、流体シミュレーションの伝統的な手法として差分法等の格子法が広く知られている。格子法では、あらかじめ計算領域を格子状に分割し、格子上の計算点に定義される物理量（圧力、速度等の値）の情報を時間経過とともに更新する。基本的に格子を移動させたり変形させたりすることはなく、計算点も移動しないため、常に空間に固定された位置で流れの観測を行う。

対して粒子法とは、連続体を任意の大きさの粒子（計算点）の集合体と見なして流体の挙動を解析する手法である。粒子法では、物理量を持っている計算点自体が周囲の計算点からの影響や外力を受けて移動する。そのため、計算点の初期設定こそ必要なものの、厳密な計算領域の指定や格子を作る作業をする必要がない。近年、粒子法の中でも主流となっている手法として、非圧縮流れの解析向けに作られた MPS 法や、圧縮性流れ向けの SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法¹⁰⁾などがある。

MPS 法は、船舶工学、土木工学、原子力工学等、非圧縮性流体の解析を取り扱うことが多い工学の問題に用いるため開発された。以下、越塚¹¹⁾にならい、MPS 法について概説する。

MPS 法の支配方程式は以下に示す Navier-Stokes 方程式と連続式である。

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1.2)$$

ここに、 \mathbf{u} ：流速ベクトル、 ρ ：流体の密度、 P ：圧力、 ν ：動粘性係数、 \mathbf{f} ：外力ベクトルである。粒子法では格子を使わないため、どのように微分方程式を離散化するかが重要であり、MPS 法では微分演算子に対応する粒子間相互作用モデルが用いられる。相互作用モデルには重み関数 $w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)$ を導入し、以下の通り定義する。

$$w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) = \begin{cases} \frac{r_e}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} - 1, & 0 \leq |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i| \leq r_e \\ 0, & r_e < |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i| \end{cases} \quad (1.3)$$

ここに、 \mathbf{r}_i ：粒子 i の位置ベクトル、 \mathbf{r}_j ：粒子 i の近傍粒子 j の位置ベクトル、 r_e ：影響半径である。つまり、粒子 i の周辺で一定の範囲内にある近傍粒子 j からのみ、尚且つ、より近くにある粒子から強く影響を受けることを表している。また、近傍粒子 j の重み関数の総和を粒子 i の粒子数密度と呼び、圧力値の計算や自由表面粒子の判定等に使われる。

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_{ij}|) \quad (1.4)$$

ここに、 \mathbf{r}_{ij} ：粒子*i*と近傍粒子*j*の相対位置ベクトルである。非圧縮性流れでは密度は一定であり、MPS法においては粒子数密度 n_i が常に一定であることと同義とされる。この粒子数密度の一定値を n_0 と定義する。

以下に、MPS法に用いられる微分演算子の離散化モデル（Gradientモデル、Divergenceモデル、Laplacianモデル）を示す。

$$\nabla \phi_{ij} = \frac{D}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \mathbf{r}_{ij} w(|\mathbf{r}_{ij}|) \right\} \quad (1.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_{ij} = \frac{2D}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{u}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} w(|\mathbf{r}_{ij}|) \right\} \quad (1.6)$$

$$\nabla^2 \phi_{ij} = \frac{2D}{\lambda n_0} \sum_{j \neq i} \{ (\phi_j - \phi_i) w(|\mathbf{r}_{ij}|) \} \quad (1.7)$$

ここに、 D ：次元数、 ϕ ：任意のスカラー変数、 λ ：係数であり、 λ は以下の式で定義される。

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} |\mathbf{r}_{ij}|^2 w(|\mathbf{r}_{ij}|)}{\sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_{ij}|)} \quad (1.8)$$

(1.5)～(1.7)を用いて(1.1)を解き、得た加速度から次ステップの座標を更新する。

粒子法は、大変形を伴うような自由表面を有する流体解析に向いており、飛沫や流体の分裂・結合も計算可能ことや境界条件の設定が容易で、境界位置の変動も簡便であることが大きな利点である。その反面、高解像度、もしくは大きなスケールの計算では膨大な数の粒子を扱わねばならず計算コストがかかってしまうことや、計算点の移動に伴う密度の変動によって圧力擾乱が生じてしまい、静水状態の計算が不安定となりやすいこと等の課題もある^{11),12)}など。

しかし、近年では自由表面粒子の圧力振動の改善方法の開発や、計算の高速化等、粒子法の基礎研究や高精度化が盛んに行われてきており、その課題は払拭されつつある。また、海岸構造物設計における流体-構造物間の相互作用を調べるための連成解析や、気液混相流・固液混相流解析への適用事例はかなり増加し、粒子法の解析モデルの発展は著しい。

2.1.2 MPS 法のアルゴリズム

MPS 法のアルゴリズムは、ある時間ステップ k において粒子 i の位置ベクトル \mathbf{r}_i^k 、流速ベクトル \mathbf{u}_i^k 、圧力 P_i^k 、粒子数密度 n_i^k がすでに得られているとし、次のステップ $k+1$ のそれぞれの値 \mathbf{r}_i^{k+1} 、 \mathbf{u}_i^{k+1} 、 P_i^{k+1} 、 n_i^{k+1} を計算する。この作業を全粒子に施し、最終ステップまで繰り返し計算する。

式 (1.1) を解く際には、陽的に (ステップ k の値を使って) 計算する部分と、陰的に (ステップ $k+1$ の値を使って) 計算する部分に分ける。粘性項と外力項は陽的に、圧力勾配項は陰的に解くことから半陰解法型と呼ばれている。

まず、陽的計算から粒子 i 仮の速度ベクトル \mathbf{u}_i^* と位置ベクトル \mathbf{r}_i^* を求める。

$$\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_i^k + (v\nabla^2 \mathbf{u}_i^k + \mathbf{f})\Delta t \quad (1.9)$$

$$\mathbf{r}_i^* = \mathbf{r}_i^k + \mathbf{u}_i^* \Delta t \quad (1.10)$$

式 (1.9), (1.10) はともに右辺にはステップ k の値を使っているため、代入だけで求めることができる。式 (1.9) の粘性項に Laplacian 演算子が含まれているので、式 (1.7) を適用する。仮の位置における粒子数密度 n_i^* は、この段階では n^0 と等しいとは限らない。つまり、陽的計算が終了した段階で非圧縮性を満たしていないので、式 (1.1) の圧力勾配項を陰的に解き、非圧縮性を満足するように位置を修正する。

$$n^0 = n_i^{k+1} = n_i^* + n_i' \quad (1.11)$$

$$\mathbf{u}_i^{k+1} - \mathbf{u}_i^* = -\frac{\Delta t}{\rho} \nabla P_i^{k+1} \quad (1.12)$$

$$\mathbf{r}_i^{k+1} = \mathbf{r}_i^* + (\mathbf{u}_i^{k+1} - \mathbf{u}_i^*) \Delta t \quad (1.13)$$

ここに、 n_i' は粒子数密度の修正量である。以下に示す圧縮性流れの質量保存則

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1.14)$$

から、密度一定とし、流体の密度が粒子数密度に比例していることから、次のように書き換えることができる。

$$\frac{1}{n^0} \frac{Dn}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1.15)$$

粒子数密度の修正量 n'_i は速度ベクトルの修正量 $\mathbf{u}_i^{k+1} - \mathbf{u}_i^*$ から生じるものとする、式(1.15)は以下の式になる。

$$\frac{1}{n^0} \frac{Dn}{Dt} + \nabla \cdot (\mathbf{u}_i^{k+1} - \mathbf{u}_i^*) = 0 \quad (1.16)$$

式(1.12)の両辺の発散を取り、式(1.16)に代入すると以下の圧力に関する Poisson 方程式が得られる。

$$\nabla^2 P_i^{k+1} = \frac{\rho}{n^0 \Delta t} \frac{Dn}{Dt} \quad (1.17)$$

式(1.17)の左辺を Laplacian 演算子で離散化すると、

$$\frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} [(P_j^{k+1} - P_i^{k+1}) w(|\mathbf{r}_{ij}^*|)] = \frac{\rho}{n^0 \Delta t} \frac{Dn}{Dt} \quad (1.18)$$

となり、ステップ $k+1$ の未知数 P_i^{k+1} の連立一次方程式が得られる。この方程式の解法はいくつかあるが、本研究では ICCG (Incomplete Cholesky Decomposition Conjugate Gradient) 法を使用している。

式(1.18)から P_i^{k+1} が求まると、式(1.12)に代入し、修正された流速ベクトルと位置ベクトルが得られる。この時、式(1.12)の右辺には Gradient 演算子が含まれているため式(1.5)を適用するのだが、少々修正を加えて以下の式に変更する。

$$\mathbf{u}_i^{k+1} - \mathbf{u}_i^* = -\frac{\Delta t}{\rho} \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{P_j^{k+1} - \hat{P}_i^{k+1}}{|\mathbf{r}_{ij}^*|^2} \mathbf{r}_{ij}^* w(|\mathbf{r}_{ij}^*|) \right] \quad (1.19)$$

\hat{P}_i^{k+1} は粒子 i とその近傍粒子 j の圧力の中で最低値を指す。粒子 i と近傍粒子 j の間に引力が働くことで局所的に粒子の集合が発生し、計算が不安定になってしまう。そのため、粒子間で常に斥力が働くように、つまり、 $P_j^{k+1} - P_i^{k+1}$ が常に正の値を取るように最小圧力を代入する処置を施すのである。

式(1.19)から流速ベクトルの修正量を求めて式(1.13)に代入すれば、ステップ $k+1$ における粒子 i の位置ベクトルを得ることができる。

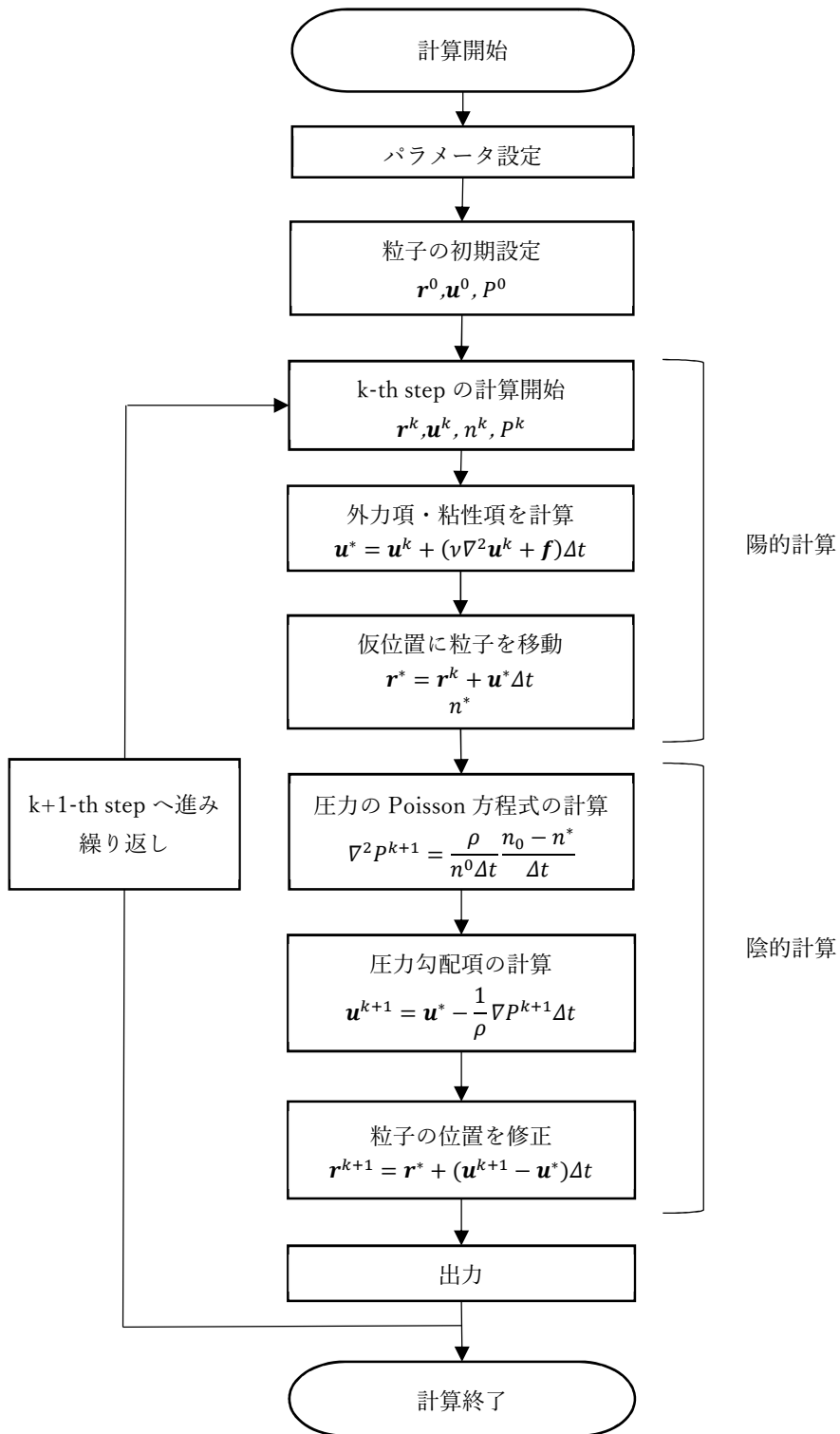


図-1.1 MPS 法の計算フロー

2.1.3 圧力擾乱

圧力擾乱の抑制は粒子法の大きな課題である。MPS法を用いて矩形水槽における静水圧計算を行った際の圧力分布のスナップショットを図-1.2に示す。本来ならば、圧力値は水深に比例するため成層になるはずだが、不規則に分布していることがわかる。

粒子法は、格子と異なり計算点自体が移動することから、常に粒子間に斥力を設けることで粒子数密度が一定を保つことができている。しかし、計算が進むうえで粒子の配置に不均一性が生じて空間密度が揺らいでしまうと、陰的計算による座標の修正時に誤差が生まれる。誤差の要因は様々だが、これらの蓄積により突如圧力が過大に評価されるという現象が起きる。突発的な圧力値のノイズは、流体粒子の振動や密集等の非物理的な挙動として現れ、自由表面粒子の誤判定にも影響を及ぼす。するとさらに計算が不安定化し、時には完全に計算が破綻することもある。

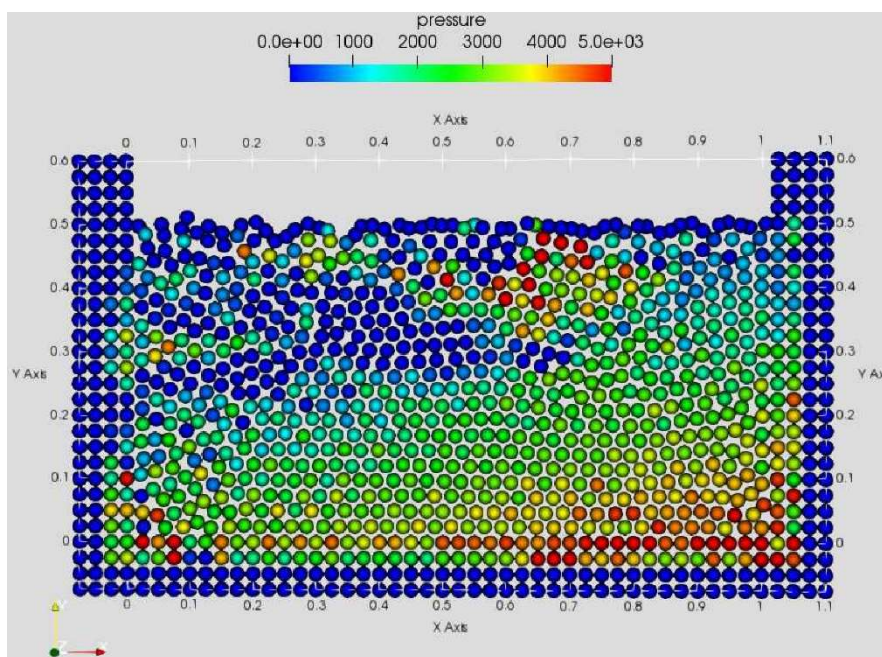


図-1.2 MPS法を用いた静水圧計算の圧力分布のスナップショット

2.1.4 壁面境界の境界条件

標準的な MPS 法では、固定壁も粒子を使って表す。固定壁を表す粒子は 2 種類あり、本論中では、流体粒子と接触する壁面表層の粒子を壁粒子、それ以外をダミー粒子と定義する（図-1.3 参照）。壁粒子では圧力の更新計算を行うが、ダミー粒子では行われぬ。本節前半で述べたが、ある粒子の粒子数密度は、影響半径内の近傍粒子の重み関数の総和である。仮にダミー粒子を配置しなかった場合、壁粒子の影響半径内に粒子が存在しない空間ができてしまい、壁粒子の粒子数密度が基準値に比べて小さく評価されてしまう。非圧縮性を満たすために近傍粒子を増やそうとすると、壁粒子は動かないので必然的に流体粒子が引き寄せられ、その引力が過剰な場合、壁粒子を貫通する流体粒子が生じる。これを防ぐため、壁粒子の背後にダミー粒子を数層配置して粒子数密度を基準値に合わせる必要がある。

壁境界において、圧力に関する境界条件は Neumann 境界条件が課されている。Neumann 境界条件は、影響半径内にダミー粒子が存在する壁面近傍の流体粒子と壁粒子の間で圧力勾配をゼロに設定することで課されている。圧力の Poisson 方程式を解く際にはステップ $k+1$ における圧力を変数とする行列方程式を導出する。壁粒子と壁面近傍の流体粒子の影響半径内にはダミー粒子が存在し、ダミー粒子に関する行列の係数はすべてゼロに設定される。すると壁近傍の粒子に関して、圧力計算の対象となる粒子の粒子数密度が基準値より

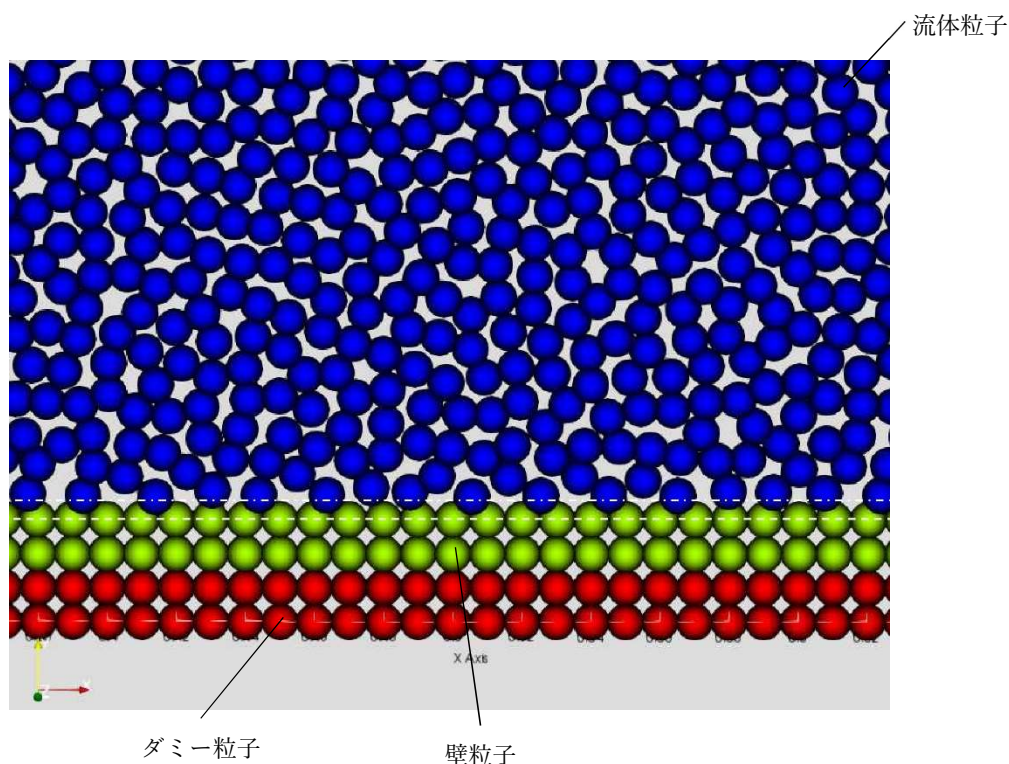


図-1.3 壁面境界

小さくなり、壁粒子と壁面近傍の流体粒子に過剰な斥力が働いてしまう。これを防ぐため、壁粒子と壁面近傍の流体粒子について、行列の対角成分を修正して圧力勾配がゼロになるように設定することで、近似的に Neumann 境界条件を付加している。

速度に関する境界条件は、No-slip 条件もしくは Free-slip 条件のどちらかを適用する。No-slip 条件を付加する場合、粘性計算の際に壁面において速度がゼロになるように流体と逆向きの仮想速度分布を壁粒子に与える。あくまでも計算に用いる速度分布を与えるだけで、座標の更新は行わない。このとき、境界線は図-1.3 の一点鎖線になる。しかし、それほど厳密に No-slip 条件を計算する必要がない場合は壁粒子の速度をゼロに固定する方法もよく用いられ、境界線は点線の位置になる。本研究ではこの簡便な方法を用いている。ちなみに、Free-slip 条件の場合は、粘性計算を行う際に、近傍粒子 j が壁粒子またはダミー粒子なら粘性に関する相互作用を計算しなければよい。

2.1.5 MPS 法に関する既往研究

a) MPS 法の高速化

粒子法を実務に導入する際の課題の 1 つに計算負荷の大きさがある。高性能 CPU の開発や並列計算技術によって、100 万近くの粒子を扱った計算も可能であるが、ハードウェアの導入には多額の初期コストを要する。

そこで、半陰解法型アルゴリズムへの適用が困難と言われていた GPU による高速化¹³⁾や解像度可変型 MPS 法の開発¹⁴⁾等により、スーパーコンピュータがなくても高速化を図れる手法の研究がなされてきた。

b) 粒子法による連成解析

海岸構造物設計において、流体-構造体間の相互作用の評価は極めて重要であり、コスト面から数値計算による設計評価が効果的とされている。粒子法は大変形を伴う移動境界を考慮しやすいことから、海岸工学分野において流体-構造体の連成解析に適用する研究が活発に行われている。例えば、五十里ら¹⁵⁾は、ケーソン防波堤の越流洗掘型津波被災過程を再現する数値モデルを開発した。マウンドや地盤を弾塑性体として地盤内応力を計算することで、防波堤の越流、落下流によるマウンド・地盤の洗掘、ケーソンの滑動および転倒までの一連の被災過程を推定することが可能であることを示した。

2.2 高精度化の概要と必要性

微弱な圧縮性の導入が非物理的な圧力擾乱の抑制に効果的であることが早期から確認されているが、圧縮性を許容してしまうと計算時間の増加とともに体積が徐々に減少し、体積保存性に深刻な欠陥をもたらす。さらには、非物理的なエネルギー減衰も引き起こすため、安易に圧縮性を付与するのは望ましくないと報告されている¹⁶⁾。このような理由から、非圧縮性を保った高精度手法もいくつか開発されており、主に複数の高精度手法を組み合わせることで効果的である¹⁷⁾。

標準型 MPS 法では十分な精度の計算ができなかったことは前章で述べた。本研究において MPS 法の高精度化は必須事項であるが、どの高精度手法を用いるのかをまず決めなければならぬ。高精度化で期待できる改善点は3つである。

1つ目は液面粒子の振動である。スロッシング計算が本研究の対象だが、液面振動を波高で評価することが多く、そのためには水面位置の判定は必要である。液面の振動が激しくても判定することは可能ではあるが、自由表面粒子と判定される粒子の層数や跳ねる高さが非常に不規則な場合で、推定された液面自体が非常に曖昧なものになってしまう。

2つ目はエネルギーの保存性である。標準型では、粒子の振動が原因と思われる過剰なエネルギー損失が生じていた。抑制板の抑制効果を評価するためには、他の要因に起因する減衰は低減させなければならない。

3つ目は負圧の計算を可能とすることである。標準型 MPS 法は人工的な斥力を与える設定になっているため、粒子間の引力は計算できない。つまり、いったん空白域ができると、実現象では負圧が生じて流体で補填されるが、標準型 MPS 法ではそれが起こらない。抑制板、特に多孔板の穴近傍において生じると予想される負圧の計算を可能にし、計算を安定化させるために、負圧の計算ができる高精度手法が求められる。

2.3 高精度スキーム

本研究では、現状で知られている中で、負圧の計算が可能なもののうち最も高精度な手法である MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND 法¹²⁾の計算コードを FORTRAN で作成した。高精度化の核となるのは Gradient, Divergence, Laplacian 演算子の離散化モデルや、圧力に関する Poisson 方程式である。特に Gradient 演算子は、Poisson 方程式の左辺にも使用される Laplacian 離散化モデルの導出や、第二段階の圧力勾配項の計算に関連してくるため、非常に重要である。

図-2.1 に高精度手法の相互関係を示す。Poisson 方程式の右辺の高精度化に HS (Higher order Source term) 法と ECS (Error Compensating Source term) 法を使用した。左辺の Laplacian 演算子には HL (Higher order Laplacian) 法を使用し、同様に粘性計算に現れる Laplacian にも適用した。陰的計算部分の圧力勾配項には GC (Gradient Correction) 法と DS (Dynamic Stabilization) 法を用いた。そして、粒子間相互作用モデル全般に用いられる重み関数を Wendland 型 kernel に変更した。

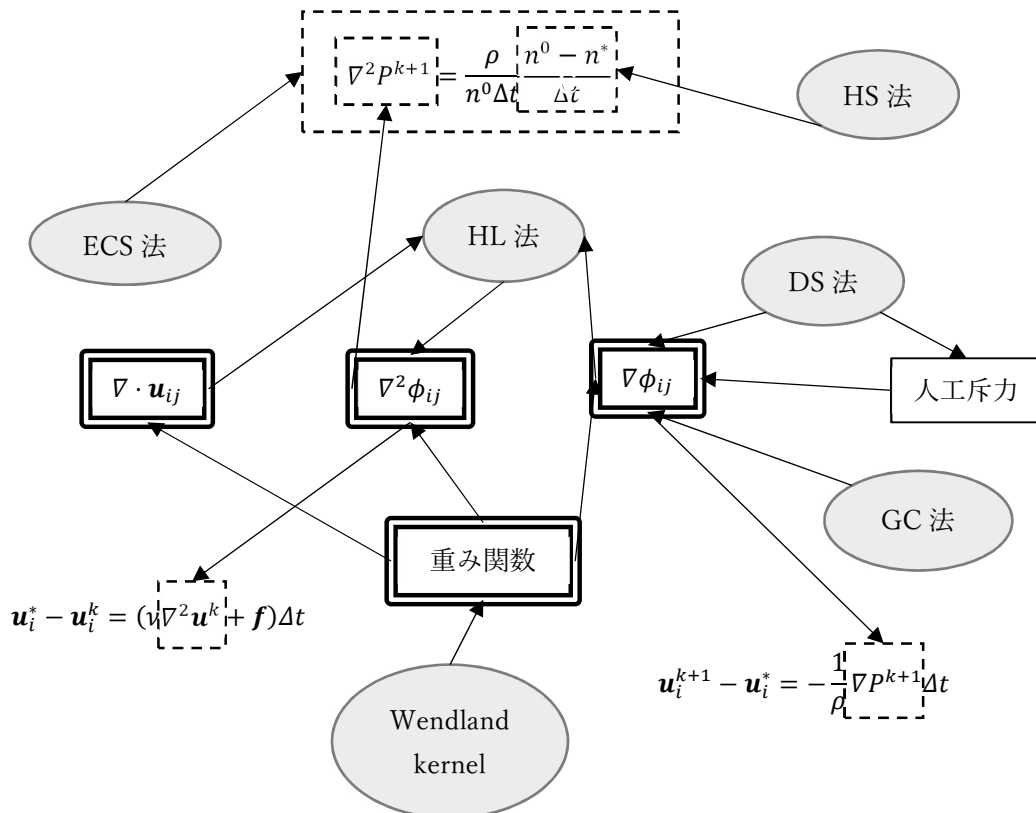


図-2.1 高精度手法の相互関係

2.3.1 Source term の高精度化

圧力擾乱の原因は圧力を求める過程で生じると考えられる。圧力を求めるには、陰的計算時に圧力に関する Poisson 方程式 (1.17) を解く必要があり、Poisson 方程式の右辺のことを source term と呼ぶ。標準型 MPS 法では、粒子数密度の時間微分に陽的計算後の粒子数密度と基準値の偏差を用いている。

$$\nabla^2 P_i^{k+1} = \frac{\rho}{n_0 \Delta t} \frac{n_0 - n_i^*}{\Delta t} \quad (2.1)$$

しかし、離散化や連立方程式を解く過程で生じる誤差により、陰的計算によって位置が修正された後の粒子数密度も必ずしも基準値とは一致しないため、それらの誤差が時間経過とともに蓄積し、圧力ノイズが生じることになる。その反面、体積保存性は良好である。

HS (Higher order Source term) 法¹⁸⁾は、近傍粒子の相対的な移動情報を積分することで、粒子数密度の時間的変動を抑制する方法である。粒子数密度の時間微分は、式 (1.4) より、

$$\frac{Dn_i'}{Dt} = \sum_{j \neq i} \left\{ -\frac{Dw(|\mathbf{r}_{ij}^*|)}{Dt} \right\} \quad (2.2)$$

となる。重み関数の時間微分は、

$$\frac{Dw(|\mathbf{r}_{ij}^*|)}{Dt} = \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r_{ij}^*} \frac{dr_{ij}^*}{dt} \quad (2.3)$$

と変換できる。式 (2.3) を式 (2.2) に代入し、さらに式 (1.17) に代入すると、

$$\nabla^2 P_i^{k+1} = -\frac{\rho}{n_0 \Delta t} \sum_{j \neq i} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \frac{\mathbf{r}_{ij}^* \cdot \mathbf{u}_{ij}^*}{|\mathbf{r}_{ij}^*|} \right) \quad (2.4)$$

が得られる。式 (2.4) だけでは、圧力擾乱は改善されるが体積保存性に欠陥が生じてしまう。その改善のため、粒子数密度型の生成項を第二項目に付加する¹⁹⁾。

$$\nabla^2 P_i^{k+1} = -\frac{\rho}{n_0 \Delta t} \sum_{j \neq i} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \frac{\mathbf{r}_{ij}^* \cdot \mathbf{u}_{ij}^*}{|\mathbf{r}_{ij}^*|} \right) + \gamma \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_0 - n_i^k}{n_0} \quad (2.5)$$

ここに、 $\gamma (= 1.0 * 10^{-3})$: 緩和係数とする。式 (2.5) が HS 法による Poisson 方程式となる。

体積保存性についてももう少し詳しく述べる。MPS 法において非圧縮性を満たすということは、陰的計算により速度修正後の速度場は、solenoidal 場 ($\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ となるベクトル場) のはずであるが、実際には solenoidal 条件を満足してはいない。これは、微分演算子モデルの近似による誤差や、連立一次方程式の解法の収束時の許容誤差などが関係している。solenoidal 場と実際の速度場の偏差を可能な限り抑えることが、体積保存性の改善のために重要である。

solenoidal 場への収束性を高めるため、source term に補正項を導入する ECS (Error Compensating Source term) 法²⁰⁾が提案された。

$$\nabla^2 p_i^{k+1} = \frac{\rho}{n_0 \Delta t} \frac{Dn_i'}{Dt} - S_{ECS} \quad (2.6)$$

$$S_{ECS} = \frac{\beta}{n_0 \Delta t} \frac{n_i^k - n_i^{k-1}}{\Delta t} + \frac{\gamma}{\Delta t^2} \frac{n_i^k - n_0}{n_0} \quad (2.7)$$

β と γ はともにモデル係数であり、適切に設定すれば solenoidal 場への収束性は大幅に改善される。しかし、計算条件に応じて適宜チューニングするのは時間を要するため、粒子数密度の時間変化・基準値からの偏差に依存してモデル係数を変化させる動的 ECS 法²¹⁾が考案された。

$$S_{ECS} = \frac{1}{\Delta t} \left| \frac{n_i^k - n_0}{n_0} \right| \left\{ \frac{1}{n_0} \left(\frac{Dn_i^k}{Dt} \right) \right\} + \frac{1}{\Delta t} \left| \frac{1}{n_0} \left(\frac{Dn_i^k}{Dt} \right) \right| \frac{n_i^k - n_0}{n_0} \quad (2.8)$$

本研究では動的 ECS 法を採用する。

2.3.2 Laplacian 離散式の高精度化

MPS 法において Laplacian 演算子は、粘性項の離散化と、Poisson 方程式の左辺の離散化で用いられる。標準型の Laplacian 離散式は、厳密には Laplacian の定義には適合していないため、数学的一貫性のある高精度 Laplacian モデル、HL (Higher order Laplacian) 法²²⁾ が考案された。以下に導出を示す。

Laplacian は勾配の発散なので、Gradient モデルの発散をとると、

$$\nabla^2 \phi_i = \nabla \cdot \nabla \phi_i \quad (2.9)$$

となる。ここで、SPH 法の Gradient モデル²³⁾

$$\nabla \phi_i = \frac{1}{\sum_{j \neq i} w_{ij}} \sum_{j \neq i} \{(\phi_j - \phi_i) \nabla w_{ij}\} = \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} (\phi_{ij} \nabla w_{ij}) \quad (2.10)$$

を式 (2.9) に代入すると、

$$\nabla^2 \phi_i = \nabla \cdot \nabla \phi_i = \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} (\nabla \phi_{ij} \cdot \nabla w_{ij} + \phi_{ij} \nabla^2 w_{ij}) \quad (2.11)$$

が得られる。 $\nabla \phi_{ij}$ と ∇w_{ij} はそれぞれ、

$$\nabla \phi_{ij} = \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial r} \nabla r = \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial r} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (2.12)$$

$$\nabla w_{ij} = \frac{\partial w_{ij}}{\partial r} \nabla r = \frac{\partial w_{ij}}{\partial r} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (2.13)$$

と書ける。式 (2.12)、(2.13) を用いて式 (2.11) を変形すると、次式が得られる。

$$\nabla^2 \phi_i = \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} + \phi_{ij} \left(\frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial r_{ij}^2} + \frac{D-1}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \right) \right\} \quad (2.14)$$

式 (2.14) が高精度 Laplacian モデルである。これは、表式からわかる通り、重み関数に依存する型になっている。

2.3.3 圧力勾配項の高精度化

標準型 MPS 法の微分演算子モデルは規則的で均質な粒子の配置を前提としている。しかし、実際は時間とともに粒子位置は変動して不規則になるため、Taylor 級数に対する 1 次精度すら保証されていない。これに対し、高精度 Gradient モデル GC (Gradient Correction) 法²¹⁾が考案された。以下、導出過程を示す。

粒子*i*の近傍粒子*j*の持つ物理量 ϕ_j を Taylor 展開すると、

$$\phi_j = \phi_i + \nabla\phi_i \cdot \mathbf{r}_{ij} + O(h^2) \quad (2.15)$$

となる。2 次以降を無視して変形すると、

$$\frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_{ij}|} = \nabla\phi_i \cdot \frac{\mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|} \quad (2.16)$$

となり、両辺に MPS 法の積分補間子を加え、さらにテンソル積の演算則から、

$$\frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_{ij}|} \frac{\mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|} w_{ij} = \left(\nabla\phi_i \cdot \frac{\mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|} \right) \frac{\mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|} w_{ij} = \frac{\mathbf{r}_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \nabla\phi_i w_{ij} \quad (2.17)$$

と書ける。式 (2.17) の左辺を kernel 積分した Gradient モデル

$$\nabla\phi_i = \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_{ij}|} \frac{\mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|} w_{ij} \right) \quad (2.18)$$

を MPS 法では用いているが、式(2.17)より、1 次精度が保証されるための MPS 法の Gradient モデルは、

$$\nabla\phi_i = \mathbf{B}_i^{-1} \left\{ \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_{ij}|} \frac{\mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|} w_{ij} \right) \right\} \quad (2.19)$$

$$\mathbf{B}_i = \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{\mathbf{r}_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \nabla\phi_i w_{ij} \right) \quad (2.20)$$

となる。このとき、粒子*i*を原点とする極座標系において、近傍粒子が均質かつ等方的に配置されているとすると、恒等テンソル \mathbf{I} を用いて、

$$\mathbf{B}_i = \frac{\mathbf{I}}{D} \quad ; \quad \mathbf{B}_i^{-1} = D\mathbf{I} \quad (2.21)$$

となり，式 (2.21) を式 (2.19) に代入すると，標準型 MPS 法の Gradient モデル (1.5) と等しくなることがわかる．

以上より，式 (1.5) に修正行列を導入し，

$$\nabla\phi_i = \frac{D}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{\phi_j - \phi_i \mathbf{C}_i \cdot \mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|} w_{ij} \right) \quad (2.22)$$

$$\mathbf{C}_i = \frac{1}{D} \left\{ \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{\mathbf{r}_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \nabla\phi_i w_{ij} \right) \right\}^{-1} \quad (2.23)$$

とする．

式 (1.19) に示した通り，標準型の圧力勾配項の計算には，圧力偏差を求める際に粒子 i と近傍粒子 j の最小圧力を用いている．

$$\nabla P_{ij}^{k+1} = \frac{D}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{P_j^{k+1} - \hat{P}_i^{k+1}}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \mathbf{r}_{ij} w_{ij} \right) \quad (2.24)$$

これを，本来の粒子 i の圧力 P_i^{k+1} を使った式に変形すると，

$$\nabla P_{ij}^{k+1} = \frac{D}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{P_j^{k+1} - P_i^{k+1}}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \mathbf{r}_{ij} w_{ij} \right) + \frac{D}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{P_i^{k+1} - \hat{P}_i^{k+1}}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \mathbf{r}_{ij} w_{ij} \right) \quad (2.25)$$

となり，右辺第 1 項が純粋な Gradient モデル，第 2 項が人工的な斥力項であることがわかる．計算の不安定化に繋がる粒子の重なりを防ぐための仕様であり，式 (2.22)，(2.23) の高精度 Gradient モデルを用いるときも，人工斥力を設定しなければ粒子の重なりが生じる可能性を排除できない．

2 粒子が重ならないための人工斥力は加えつつ，重なるまでは引力を許容する方法を用いれば，負圧計算にも対応することが可能となる．そこで，必要最低限の斥力だけを与える DS (Dynamic Stabilization) 法²⁴⁾が考案され，本研究ではこれを用いた．

粒子 i と近傍粒子 j において，純粋な勾配ベクトルに基づいて計算したときに粒子が重なってしまった場合，人工斥力 F_{ij}^{DS} を与えて，2 粒子が点接触する位置まで押し戻す．

$$\mathbf{F}_{ij}^{DS} = \begin{cases} 0, & |\mathbf{r}_{ij}^{**}| \geq d_{ij} \\ -\rho_i \Pi \mathbf{e}_{ij}, & |\mathbf{r}_{ij}^{**}| < d_{ij} \end{cases} \quad (2.26)$$

$$d_{ij} = \alpha_{DS} \frac{(d_i + d_j)}{2} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{e}_{ij\parallel} = \frac{\mathbf{r}_{ij}^k}{|\mathbf{r}_{ij}^k|} \quad ; \quad |\mathbf{e}_{ij\parallel}| = 1 \quad (2.28)$$

ここに、 \mathbf{r}_{ij}^{**} ：時間ステップ $k+1$ における純粋な Gradient モデルにより求められた粒子 i と近傍粒子 j の相対位置ベクトル、 ρ_i ：粒子 i の密度、 d_i, d_j ：粒子 i, j の粒子径、 Π ：正の定数、 $\mathbf{e}_{ij\parallel}$ ： \mathbf{r}_{ij}^k 方向に平行な単位ベクトル、 α_{DS} ：MPS法の Courant 数の上限値 α_{dt} ($\alpha_{dt} < 0.2$ 推奨) との和を 1 とする定数 (例えば、 $\alpha_{dt} = 0.1$ の場合 $\alpha_{DS} = 0.9$) である。続いて、定数 Π の表式は、

$$\Pi = \frac{\rho_j}{\Delta t^2(\rho_i + \rho_j)} \left(\sqrt{d_{ij}^2 - |\mathbf{r}_{ij\perp}^{**}|^2} - |\mathbf{r}_{ij\parallel}^{**}| \right) \quad (2.29)$$

とする。ここに、 $\mathbf{r}_{ij\perp}^{**}$ ：相対位置ベクトル \mathbf{r}_{ij}^{**} の \mathbf{r}_{ij}^k 方向に垂直な成分、 $\mathbf{r}_{ij\parallel}^{**}$ ：相対位置ベクトル \mathbf{r}_{ij}^{**} の \mathbf{r}_{ij}^k 方向に平行な成分である。

以上より、GC法とDS法を併用して圧力勾配項の式を書き換えると、次式で表すことができる。

$$\nabla P_{ij}^{k+1} = \frac{D}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{P_j^{k+1} - P_i^{k+1}}{|\mathbf{r}_{ij}|} \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|} w_{ij} \right) + \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} (\mathbf{F}_{ij}^{DS} w_{ij}) \quad (2.30)$$

2.3.4 重み関数の高精度化

標準型 MPS 法で用いられる重み関数は式 (1.3) に示した通りである。Gradient モデルや Laplacian モデルは、重み関数によって局所平均操作が為されて離散化される。そこで、局所平均操作の精度向上のため、高次の重み関数の適用が推奨される。本研究では、式 (2.31) に示す Wendland 型 kernel 関数²⁵⁾を用いる。

$$w(r) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|r_{ij}|}{r_e}\right)^4 \left(1 + \frac{4|r_{ij}|}{r_e}\right), & 0 \leq r_{ij} \leq r_e \\ 0, & r_e < r_{ij} \end{cases} \quad (2.31)$$

標準型重み関数と Wendland 型重み関数の形状の違いを図-2.3 に示す。Wendland 型は標準型に比べて勾配が非常に緩やかである。標準型 MPS 法では、過剰な圧力ノイズによって粒子が接近しやすいため、回避のために同じく過剰な重みづけをする必要があった。しかし、高精度 MPS 法では圧力計算が改善され、過剰な重みを与える必要がなくなったため、小さな勾配の重み関数でも十分なのである。また、標準型重み関数は、影響領域の円周上で一階微分、二階微分の値が 0 に収束せず不連続になっているが、Wendland 型重み関数は一階微分、二階微分どちらも連続的に 0 に漸近することが図から見て取れる。

HS 法の式 (2.5) と HL 法の式 (2.14) において Wendland 型重み関数を適用すると、それぞれ、

HS 法：

$$\nabla^2 P_i^{k+1} = -\frac{\rho}{n_0 \Delta t} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{20}{r_e^2} \left(1 - \frac{|r_{ij}|}{r_e}\right)^3 (\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{u}_{ij}) \right\} + \gamma \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_0 - n_i^k}{n_0} \quad (2.32)$$

HL 法：

$$\nabla^2 \phi_i = \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ 60 \phi_{ij} \frac{|r_{ij}|}{r_e^3} \left(1 - \frac{|r_{ij}|}{r_e}\right)^2 \right\} \quad (2.33)$$

と書き換えられる。

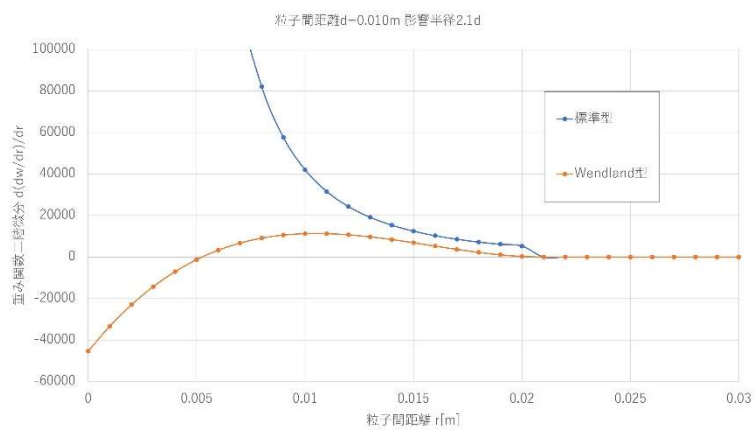
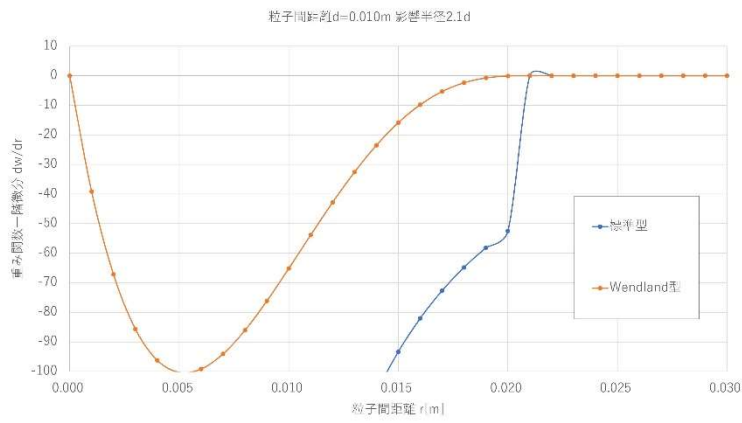
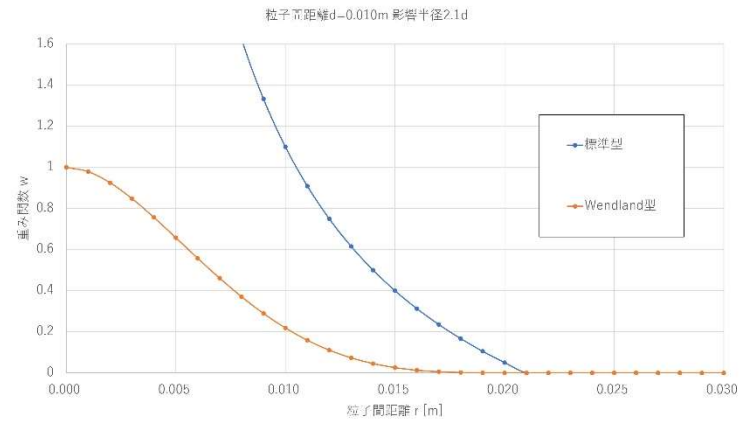


図-2.2 kernel の分布形状の比較 (上図 : w , 中央図 : $\partial w/\partial r$, 下図 : $\partial^2 w/\partial r^2$)

3. 高精度 MPS 法の精度検証

本章では、作成した MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND 法の解析精度の確認のために実施した、静水圧計算、容器内定在波計算、スロッシング計算について述べる。それぞれ、水表面の圧力ノイズの抑制効果、過剰なエネルギー損失の抑制効果、数値計算上の固有振動数の妥当性について検証した。

3.1 静水圧計算

MPS 法では移動計算点を用いているので、非圧縮性流体の解析をしていても空間密度が揺らぐ。この揺らぎが自由表面粒子の誤判定や圧力計算に誤差を生じさせ、圧力擾乱は粒子の振動を生じさせる。以上の理由から、自由表面粒子とみなされた粒子は層数が不規則になり、跳ね上がる高さも個々で異なるため、正確な液面の位置の判定が困難になってしまう。液面位置の判定が曖昧だとスロッシングの抑制効果を評価しにくいいため、圧力擾乱およびそれに起因する液面粒子の振動を抑えることは必須である。

3.1.1 検証方法

静止した水中において、任意の面に作用する圧力を静水圧と呼び、流体の密度 ρ 、重力加速度 g 、水面からの深さ h の積で以下のように表される。

$$P = \rho gh \quad (3.1)$$

水粒子の鉛直方向の座標を y 、水深を H とし、これらを用いて式 (3.1) を書き換えると、

$$P(y) = \rho g(H - y) \quad (3.2)$$

となる。

付加する高精度スキームを変えた各 MPS 法を用いて静水圧計算を行い、その結果から得られる圧力と y 座標の関係を式 (3.2) と比較し、圧力計算の精度向上を確認する。また、液面粒子の振動の抑制を確認するため、各 MPS 法の計算結果から水槽中心部の時系列水位データを求め、設定した初期水位と比較する。

3.1.2 計算条件

計算領域を図-3.1 に示す。幅1.0 m、高さ0.6 mの矩形水槽、水深0.5 mを想定し、 $0.0\text{ m} < x \leq 1.0\text{ m}$ および $0.0\text{ m} < y \leq 0.5\text{ m}$ の範囲に水粒子、周囲の水槽部を壁粒子2層、ダミー粒子2層とし、水平方向、鉛直方向ともに粒子と点接触するように配置する。続いて、計算に用いた主要なパラメータを表-1 に示す。

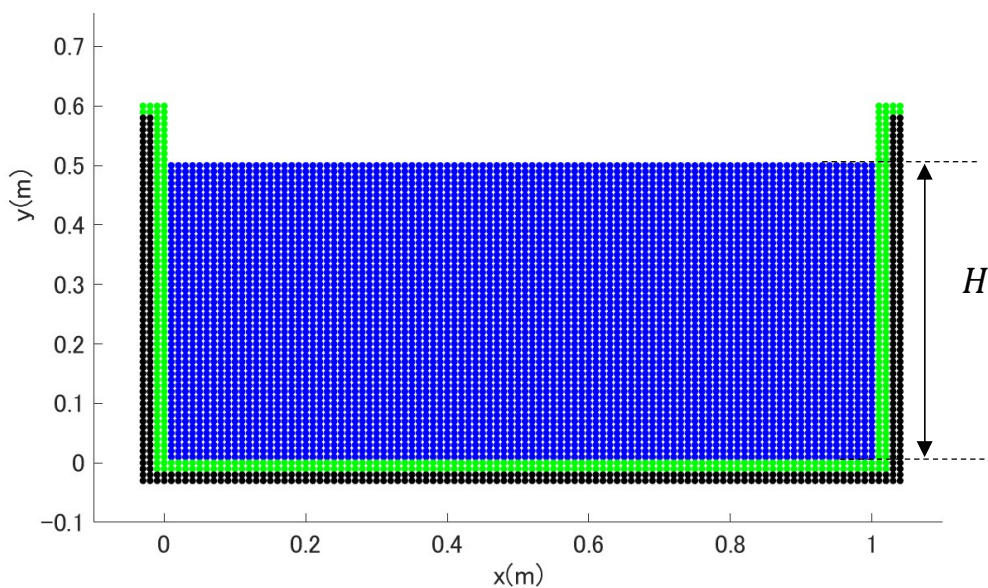


図-3.1 静水圧計算の計算領域

表-1 静水計算のパラメータ

総粒子数	5912
重力加速度 g [m/s^2]	9.8
流体の密度 ρ [kg/m^3]	1.0×10^3
動粘性係数 ν [m^2/s]	1.0×10^{-6}
粒子間距離 d [m]	1.0×10^{-2}
影響半径 r_e [m]	$2.4d = 2.4 \times 10^{-2}$
時間刻み幅 dt [s]	2.5×10^{-4}
総計算時間 T_{max} [s]	5.0

3.1.3 計算結果

まず、計算終了時の水粒子の y 座標と圧力の関係を、例として MPS-HS-HL-ECS 法と MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND 法のみ、図-3.2 に示す。図中赤丸は各水粒子の y 座標と圧力値の分布、青線は式 (3.2) による静水圧の理論値を表す。当然この分布は一定ではなく、圧力値は時間的に不規則に変化している。MPS-HS-HL-ECS 法では、全体的に理論値を下回っており、同じ y 座標においても圧力のばらつきが非常に大きい。また、自由表面と誤判定されて

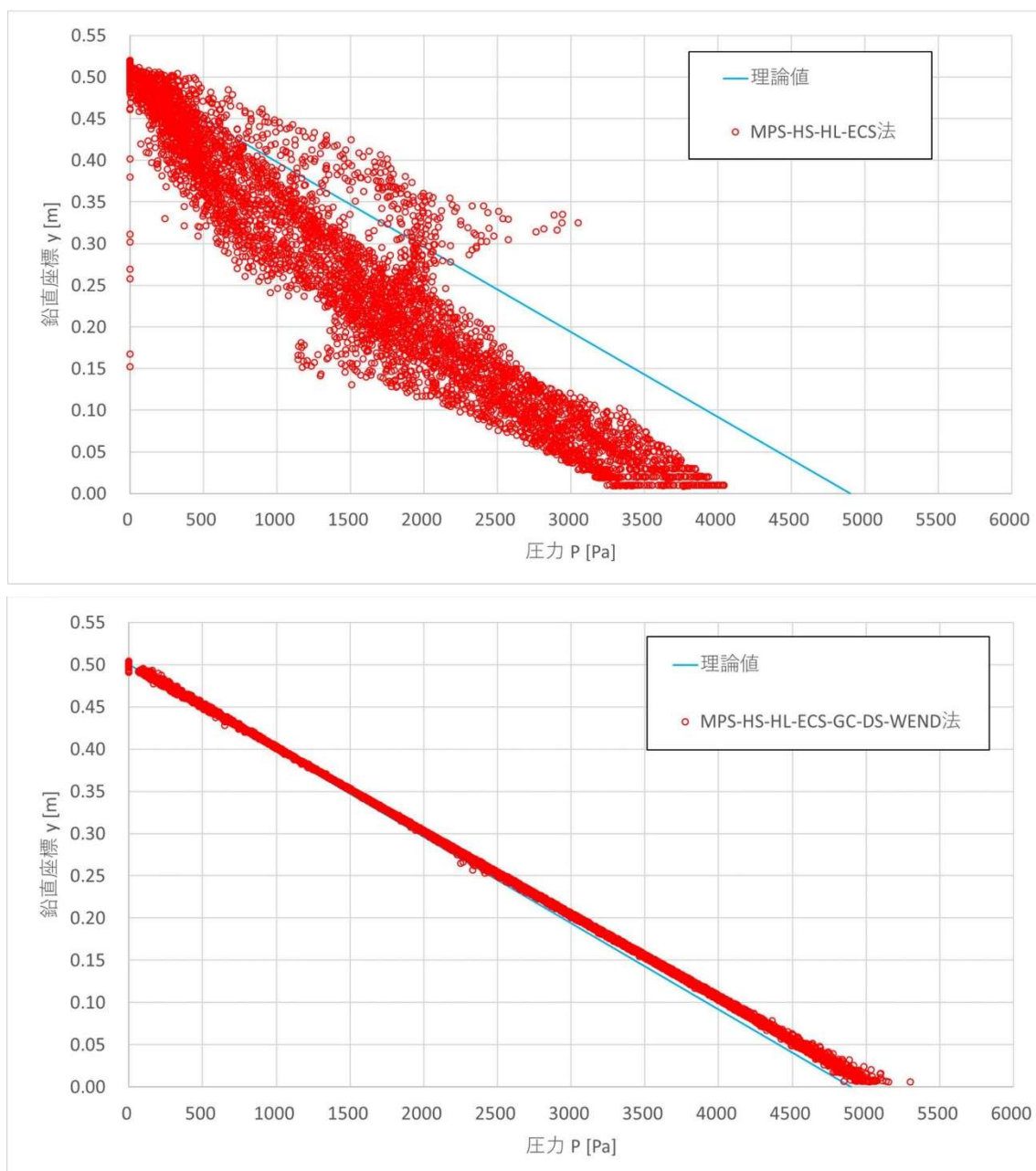


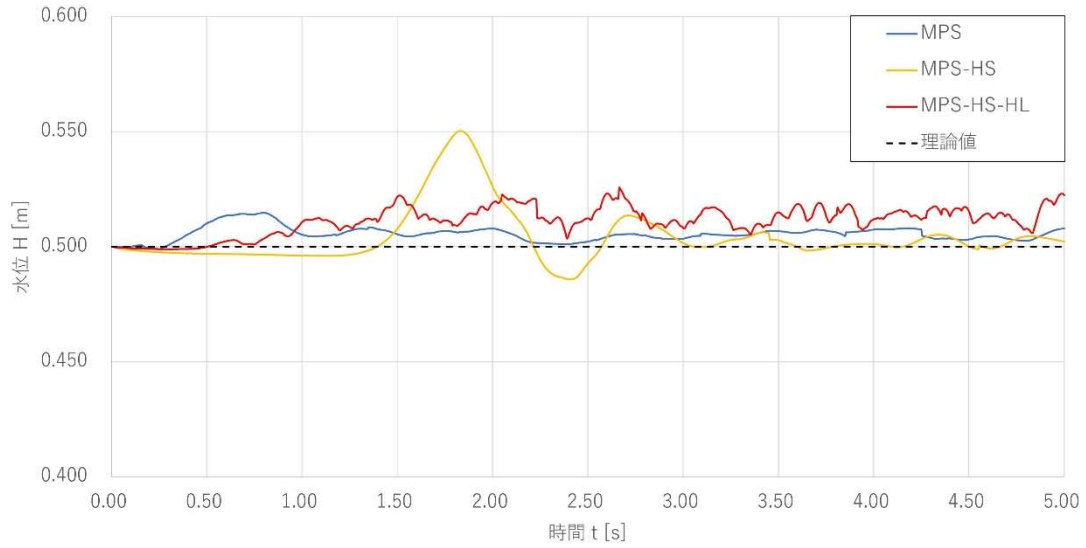
図-3.2 $t = 5.0s$ での各計算粒子における鉛直座標 y と圧力 P の分布

圧力がゼロになっている流体内部粒子がいくつか見られた。それに対し、MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND 法では、深さが増すにつれて圧力値がやや理論値より大きく評価されているものの、圧力の乱れがかなり改善されていることがわかる。

続いて水位の判定について、前述の通り水槽中心部の水位を求める。図-3.1 で示した計算領域における水槽の中心は $x = 0.50m$ であるが、移動計算点を用いる MPS 法では粒子が $x = 0.50 m$ 上に常在するとも限らないため、粒子2つ分の幅を持たせ、 $0.49m \leq x \leq 0.51m$ を中心部とした。中心部範囲内の水粒子の y 座標最大値を水表面位置とした。この時、水表面から大きく外れた飛沫を水面位置と判定しないようにするため、自由表面と判定された粒子のうち粒子数密度が基準値の50%以下の場合、飛沫と見なして水位判定から除外した。

結果を図-3.3 に示す。横軸は時間 $t[s]$ 、縦軸は水位 $H[m]$ で、付加した高精度スキームの数ごとに比較した。上図、下図ともに黒点線が理論値を示し、上図の青線は標準型 MPS 法、黄線は MPS-HS 法、赤線は MPS-HS-HL 法、下図の緑線は MPS-HS-HL-ECS 法、水色線は MPS-HS-HL-ECS-GC-DS 法、紫線は MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND 法の時系列データである。MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND 法の計算結果は、わずかな振動はあるものの他の方法に比べて格段に理論値に近い値が得られており、液面振動の大幅に抑制できていることが確認できた。

容器中心の水位変動



容器中心の水位変動

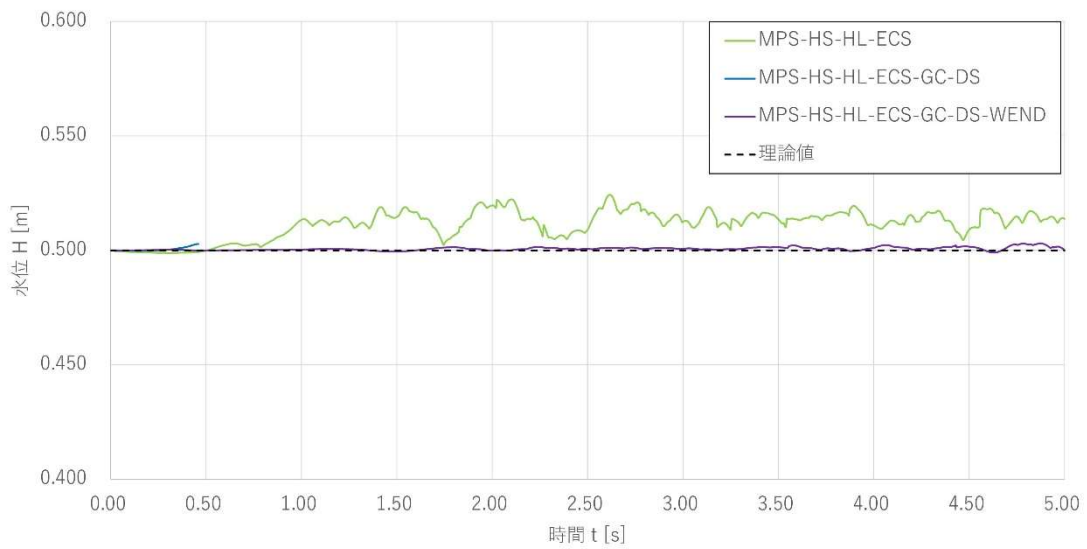


図-3.3 容器中心部の水位の時系列データ

3.1.4 静水圧計算に関する考察

圧力の計算精度が高まったこと、および粒子の振動が抑制されたことを示した。特に GC 法と DS 法を用いると上記の問題が大幅に改善された。

MPS 法では、陽的計算後に仮移動した流体粒子が非圧縮性を満足するように移動させ直し、その座標の修正を可能とするだけの圧力値を次ステップの圧力とする。つまり、座標の修正量が粒子の振動と圧力値の乱れを生んでおり、座標修正には常に過剰な斥力を用いていた。GC 法によって粒子間の引力を許容し、DS 法によって斥力を最低限まで小さくしたことが、座標修正量の改善に大きく影響したために効果が大きいのではないかと考えた。

3.2 容器内定在波計算

同一の振動数、速さ、振幅の進行波が互いに逆方向に進み、その波が重なると、まるで波がその場で振動しているように見える。波形が媒質中を進行せず、水面の特定の部分が振動する波を定在波という。これが非圧縮性の完全流体だった場合、理論上エネルギー損失がないため振動は永遠に継続するはずである。現実の流体では粘性があるため、振動はいつか減衰するが、しばらくは振動が続く。粒子法では、本来の粘性に加えて、現実では起きないはずの粒子の振動によって粒子間の摩擦力が過剰になり、余計なエネルギー損失が生まれて減衰が起きてしまうと考えられる。

3.2.1 検証方法

前節において、圧力擾乱および粒子の振動が高精度化により大幅に改善されたことを示した。粒子の振動を抑えたことで、過剰なエネルギー損失が改善されているかを確認するため、容器内定在波計算を実施し、容器中心部の水位変動を理論値と比較する。静水圧計算と同様に、水位判定の際の容器中心は $0.49m \leq x \leq 0.51m$ とする。理論値は既往研究より二次の理論解²⁶⁾を用いる。以下にその式を示す。

$$\eta(x, t) = A \cos(\omega_2 t) \cos(k_2 x) + \frac{1}{8g} \left\{ 2(\omega_2 A)^2 \cos(2\omega_2 t) + \frac{A^2}{\omega_2^2} (k_2^2 g^2 + \omega_2^4) - \frac{A^2}{\omega_2^2} (k_2^2 g^2 + 3\omega_2^4) \cos(\omega_4 t) \right\} \quad (3.3)$$

ここに、 A ：片振幅、 g ：重力加速度、 x ：水平方向の座標、 t ：時間であり、 k と ω は、

$$k_m = \frac{m\pi}{L} \quad (3.4)$$

$$\omega_m = \sqrt{k_m g \tanh(k_m H)} \quad (3.5)$$

とする。ここに、 L ：水槽の幅、 H ：基準水深である。式(3.3)の計算に用いる容器中心部の座標は $x = 0.50m$ とした。

3.2.2 計算条件

計算領域を図-3.4に示す。幅 $1.0m$ 、高さ $0.6m$ の矩形水槽、基準水深 $0.5m$ を想定した。壁粒子およびダミー粒子の配置は静水計算と全く同じ設定である。流体の初期水面形を

$$\eta = H + A \cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right) \quad (3.6)$$

とし、 $0.0m < x \leq 1.0m$ かつ $0.0m < y \leq \eta$ の範囲に水粒子を均一に配置する。

1章で述べた壁面境界の位置から、No-slip境界の場合は壁粒子の中心を結んだ線(図-1.3の点線)を境界とするため L は $1.01m$ となる。しかし、容器内定在波計算において実際に振動するのは水粒子だけであり、静水圧計算のように壁粒子を壁面表層の水粒子として扱うことはできないので、壁面境界は図-1.3の一点鎖線のように見なす。計算条件を表-2に示す。

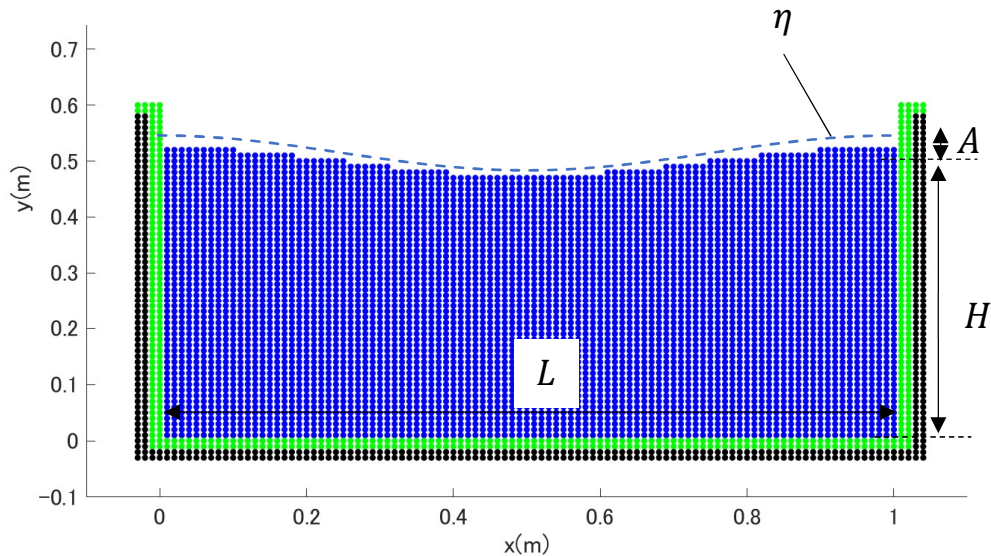


図-3.4 容器内定在波計算の計算領域

表-2 容器内定在波計算のパラメータ

総粒子数	5863, 5866, 5864
重力加速度 g [m/s^2]	9.8
流体の密度 ρ [kg/m^3]	1.0×10^3
動粘性係数 ν [m^2/s]	1.0×10^{-6}
粒子間距離 d [m]	1.0×10^{-2}
影響半径 r_e [m]	$2.4d = 2.4 \times 10^{-2}$
時間刻み幅 dt [s]	2.5×10^{-4}
総計算時間 T_{max} [s]	5.0
片振幅 A [m]	2.5×10^{-2} , 5.0×10^{-2} , 1.0×10^{-1}

3.2.3 計算結果

図-3.5~3.7に前節の計算結果を示す。グラフの横軸は時間 $t[s]$ 、縦軸は水槽左側壁付近の波高の振幅 $\eta[m]$ を初期水面形の振幅 $A[m]$ で無次元化した η/A である。図-3.5は $A = 0.025m$ 、図-3.6は $A = 0.050m$ 、図-3.7は $A = 0.100m$ としたときの計算結果で、付加した高精度スキームの数ごとに比較した。

$A = 0.025m$ の場合（図-3.5）、標準型 MPS 法、HS 法を含んだモデル、HL 法を含んだモデル、ECS 法を含んだモデルでは、振幅が理論値と大きくかけ離れた結果となった。早定在波は早々に収まっており、図中で見られる振動は水位変動の大きさから液面粒子の振動によるものであると考えられる。GC 法と DS 法を含むと、MPS-HS-HL-ECS 法と比べて変動の振幅が理論解に近づいていることがわかる。標準型重み関数を用いた場合では、各周期の振動の最大値は理論値に近い値を示す反面、最小値は理論値より大きい。Wendland 型重み関数を用いると、標準型重み関数を用いた場合の水位変動を全体的にやや小さくしたような結果となった。また、変動のピークがくるタイミングがわずかに早くなった。

$A = 0.050m$ の場合（図-3.6）、減衰するまでの時間がわずかに伸び、周期が理論値とほぼ一致した。各手法の違いは $A = 0.025m$ と大きく変わらないが ECS 法を含んだモデルが振幅は小さいものの、定在波に近い周期の挙動を示した。

$A = 0.100m$ の場合（図-3.7）、標準型 MPS 法、HS 法を含んだモデルはやはり早々に減衰したが、HL 法を含んだモデルでも定在波の様子を確認することができた。また、 $A = 0.025m$ の場合とは反対に、GC 法と DS 法を含んだモデル、Wendland 型重み関数を付加したモデルの計算結果において、変動のピークがくるタイミングが理論値と比べて遅くなった。

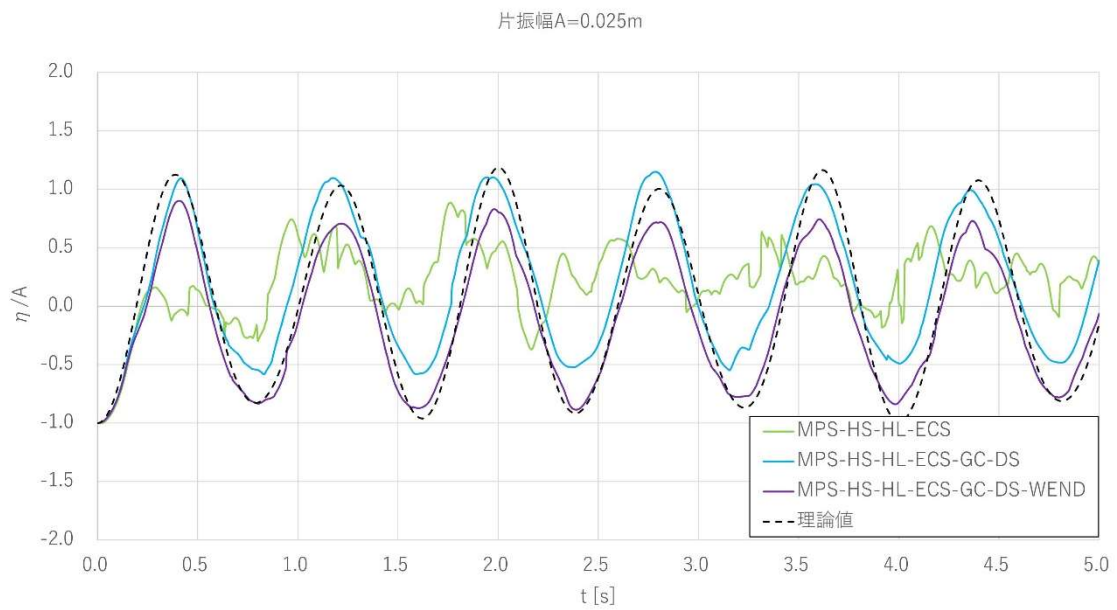
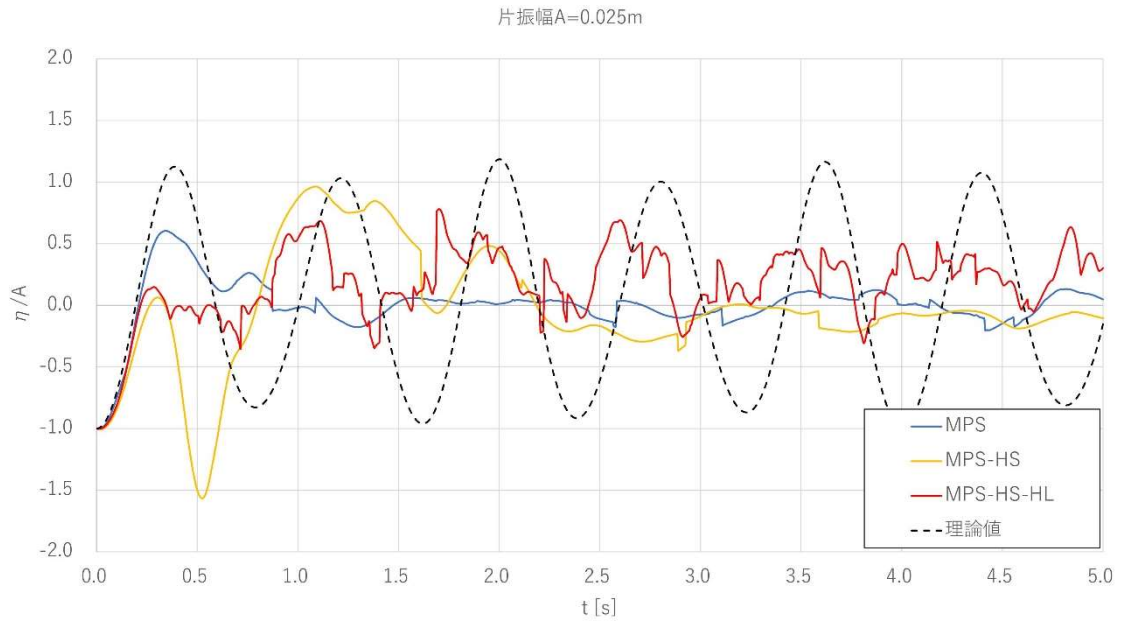


図-3.5 矩形水槽中心部の水位変動 ($A = 0.025m$)

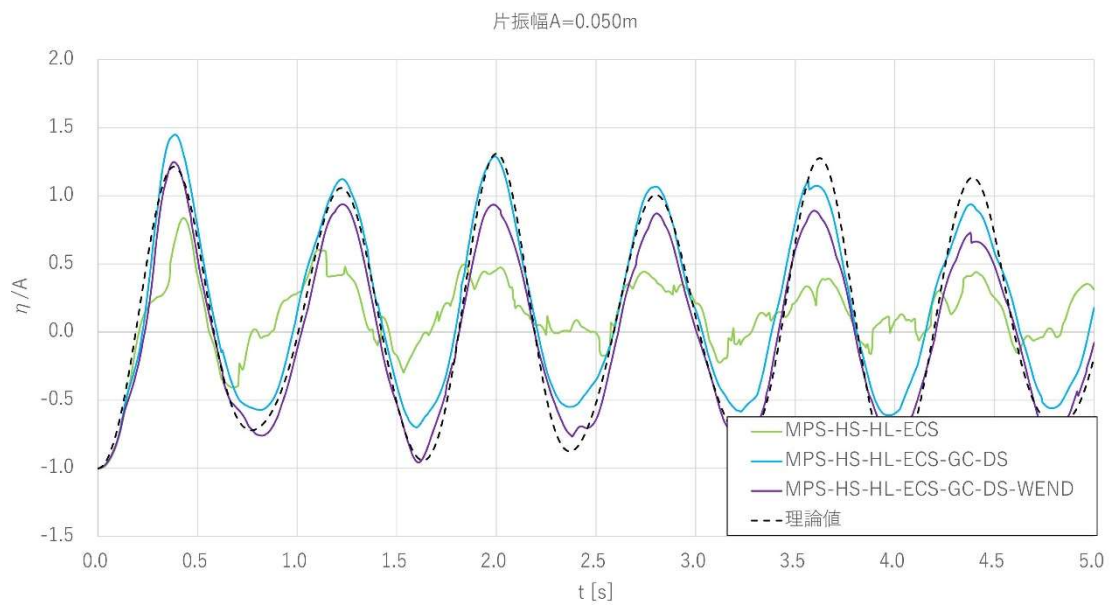
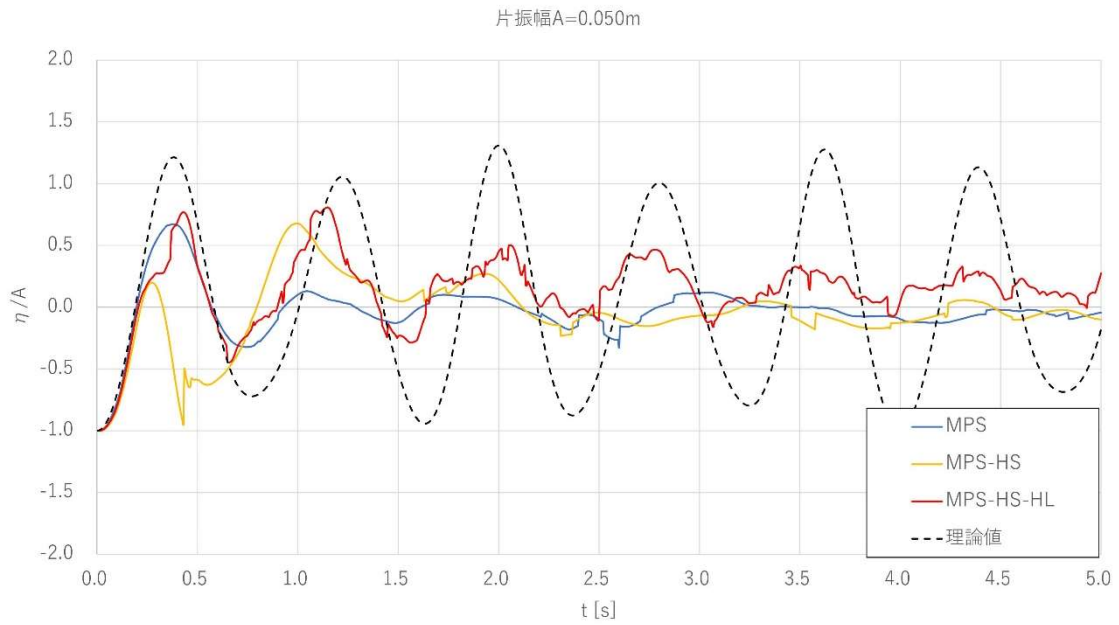


図-3.6 矩形水槽中心部の水位変動 ($A = 0.050m$)

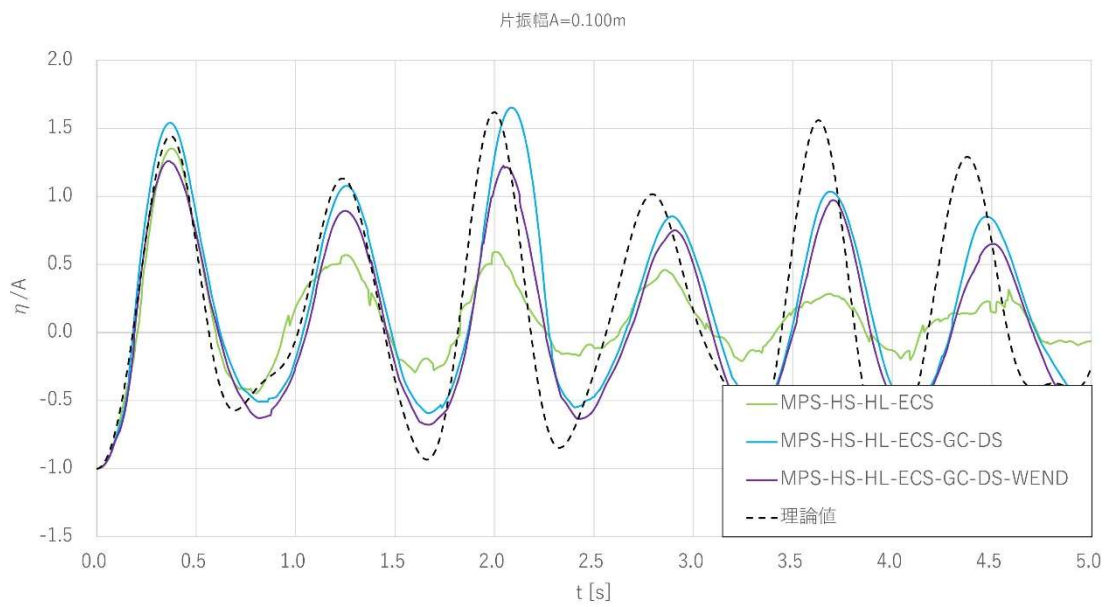
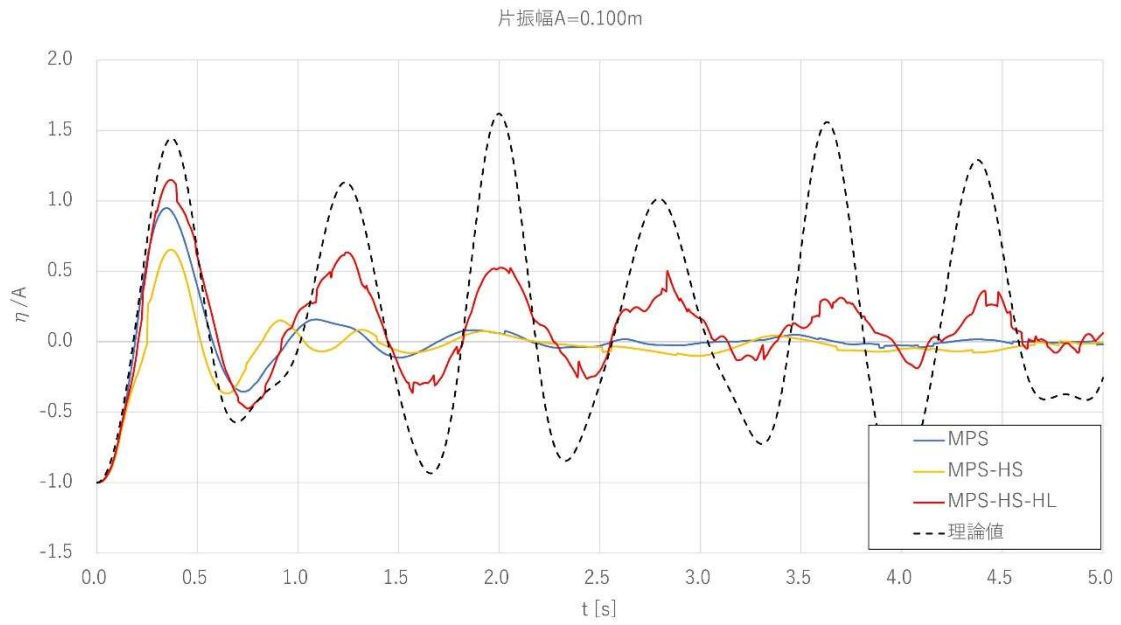


図-3.7 矩形水槽中心部の水位変動 ($A = 0.100m$)

3.2.4 容器内定在波計算に関する考察

初期波形の振幅が小さく、かつ粒子の振動が抑制できていないモデルでは、定在波よりも粒子の振動の挙動が卓越してしまう。初期波形の振幅を大きくすることで定在波のエネルギーを増加させれば、付加する高精度スキームが少なくても定在波が計算できた。

粒子の振動が抑制された GC 法および DS 法を含んだモデルは、振動する粒子間のせん断応力が低減してエネルギーの損失量が減ったため、定在波の振幅が理論値に近づいたと考えられる。

また、MPS-HS-HL-ECS-GC-DS 法と MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND 法の計算結果の相違についての考察を述べる。標準型重み関数は勾配がきつい関数であるため、過剰な重みづけにより粒子間に作用する力も過剰になっていた。勾配が緩やかな Wendland 型重み関数に代えたことで過剰だった作用力が小さくなり、反発力も小さくなったため、粒子が密になって波高が全体的に下がったと考えた。

波形の振幅の違いによって各周期のピークのタイミングが変化した原因については、現状ではわかっていない。

3.3 スロッシング計算

スロッシング抑制に関して数値計算の結果を実験や理論値と比較するためには、そもそも数値計算上の共振振動数が、それらの固有振動数と一致しているか調べる必要がある。そこで、シンプルな形状の矩形水槽と、冨田²⁷⁾が実施した実験で使用された片側に斜面が付いた水槽を用いてスロッシング計算を行う。

3.3.1 矩形水槽

a) 検証方法

矩形水槽について、スロッシング n 次モードの固有振動数の理論値²⁸⁾を以下に示す。

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(2n-1)\pi g}{L} \tanh\left\{\frac{(2n-1)\pi H}{L}\right\}} \quad (3.7)$$

ここに、 g ：重力加速度、 L ：矩形水槽の幅、 H ：水深である。

理論値から第一次、第二次共振振動数を算出し、それぞれの共振点と付近の振動帯においてスロッシング計算を行う矩形水槽の左側壁付近の水位変動を追跡し、各共振振動数にお

ける変動の振幅の最大値を比較する。

b) 計算条件

矩形水槽の計算領域を図-3.8に示す。幅 0.5 m 、高さ 0.6 m の矩形水槽、水深 0.3 m を想定した。厳密には、 $0.0\text{ m} < x \leq 0.5\text{ m}$ かつ $0.0\text{ m} < y \leq 0.3\text{ m}$ の範囲に水粒子、周囲の水槽部を壁粒子1層、ダミー粒子2層とし、水平方向、鉛直方向ともに粒子と点接触するように配置する。

前節の容器内定在波計算と同様に、スロッシング計算でも流体として振動するのは水粒子だけなので、壁面境界は図-1.3の一点鎖線のように見なし、 L が 0.50 m となるように初期配置を施す。式(3.7)を用いて矩形水槽の第一次共振振動数の理論値 f_1 および第二次共振振動数の理論値 f_2 を求めると、

$$f_1 = 1.220419\text{ Hz} \quad (3.8)$$

$$f_2 = 2.163109\text{ Hz} \quad (3.9)$$

である。

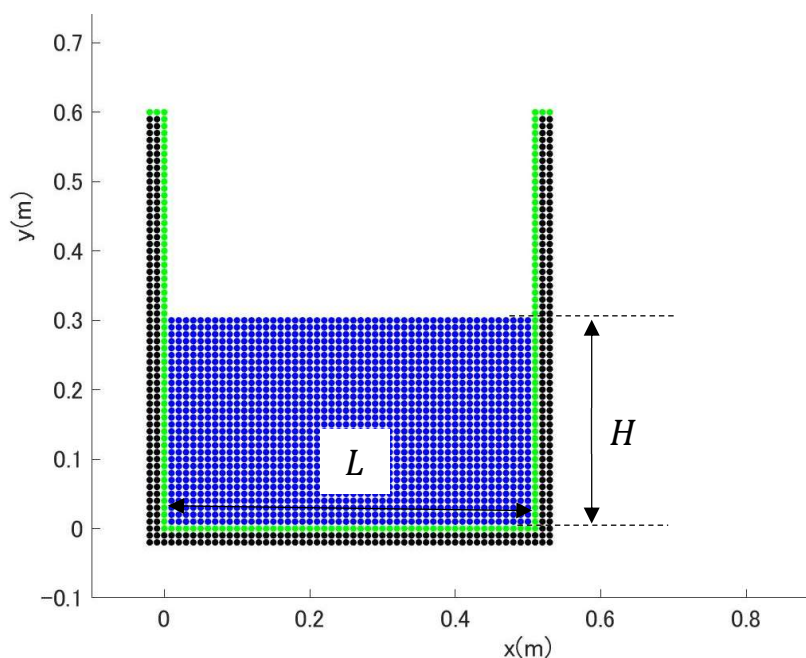


図-3.8 スロッシング計算の計算領域 (矩形水槽)

また、粒子全体に慣性力を働かせるため、計算開始から2秒間は加振せずに静止させ、2秒以降は壁粒子の座標が以下の式のように変位するよう振動させる。

$$x = x_0 + A \sin\{2\pi f(t - 2.0)\} \quad (3.10)$$

ここに、 x_0 ：加振前の壁粒子の座標、 A ：加振振幅、 f ：加振振動数である。以下、計算に用いた主要なパラメータを表-3に示す。

表-3 矩形水槽におけるスロッシング計算のパラメータ

総粒子数	2028
重力加速度 g [m/s^2]	9.8
流体の密度 ρ [kg/m^3]	1.0×10^3
動粘性係数 ν [m^2/s]	1.0×10^{-6}
粒子間距離 d [m]	1.0×10^{-2}
影響半径 r_e [m]	$2.4d = 2.4 \times 10^{-2}$
時間刻み幅 dt [s]	2.5×10^{-4}
総計算時間 T_{max} [s]	2.0×10^1
強制加振の片振幅 A [m]	2.0×10^{-3}
加振振動数 f [Hz]	1.0~2.4を0.1刻み, f_1, f_2 (1.2~1.3, 2.1~2.2のみ0.01刻み)

c) 結果

図-3.9 に各振動数における側壁波高の変位の最大値を示す。横軸は加振振動数 f [Hz]を第一次共振振動数の理論値 f_1 [Hz]で無次元化した f/f_1 ，縦軸は水槽左側壁付近の波高の振幅 η [m]を加振振幅 A [m]で無次元化した η/A である。

計算上の第一次共振点 f'_1 は1.22Hz，第二次共振点 f'_2 は2.20Hzであった。振動数の刻み幅0.01Hzを1%として，それぞれ以下の式より理論値と計算結果の誤差を求めた。

$$err_1[\%] = \frac{|f_1[\text{Hz}] - f'_1[\text{Hz}]|}{0.01[\text{Hz}/\%]} \quad (3.11)$$

$$err_2[\%] = \frac{|f_2[\text{Hz}] - f'_2[\text{Hz}]|}{0.01[\text{Hz}/\%]} \quad (3.12)$$

ここに err_1 ， err_2 をそれぞれ第一次，第二次共振振動数の誤差とする。これらを結果より求めると， $err_1 \cong 0.04\%$ および $err_2 \cong 3.7\%$ となった。

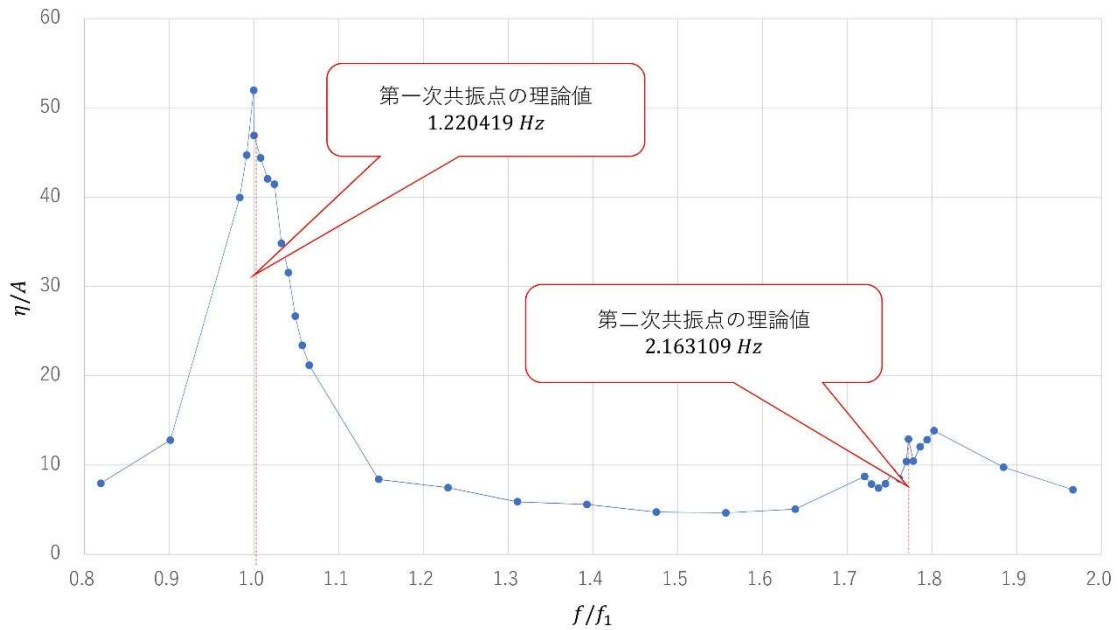


図-3.9 矩形水槽の共振曲線

3.3.2 斜面付き水槽

スロッシング現象は、石油タンクだけでなく様々な場面で被害をもたらす。1章にて、簡単に例を挙げたが、液体を含んだ容器が常に矩形とは限らない。例えば、ため池堤体は台形の形をしていて、ため池自体を大きな容器としてみれば、鉛直壁ではなく斜面が付いた容器である。このような形状でも粒子法によって解析できることを調べるため、斜面付き水槽におけるスロッシング計算を実施した。

a) 検証方法

片側が鉛直壁ではなく斜面となっている水槽については、理論解が存在しないため、既往研究で得られた実験結果を比較対象とする。実験と同じ振動数帯でスロッシング計算を実施し、左側壁付近の水位変動、および斜面の遡上高さを調べる。矩形水槽の場合と同様、それぞれ変位の振幅の最大値を加振振動数ごとに抽出し、振幅が最大となる振動数と固有振動数の実験値を比較した。

b) 計算条件

この計算をするにあたって、左側壁や底面は矩形水槽と同様だが、斜面部分の壁粒子の配置方法を検討しなければならない。本研究では、壁粒子が点接触するように斜めに配置して背後にダミー粒子を設置したのだが、その並べ方を2通り検討した(図-3.10 参照)。底面と同様にy軸方向にダミー粒子2層を並べる方法を Type1、斜面に垂直になるように並べる方法を Type2 とした。Type1 の場合、傾斜部の粒子数密度が左側壁や底面と比べ大きくなり、壁粒子が水粒子に及ぼす力が傾斜部のみ大きくなってしまう。しかし、壁粒子の隙間に水粒子が挟まりにくく、計算が安定するというメリットがある。Type2 の場合、粒子数密度が他の境界部と同じになっているが、傾斜部の水表面付近の水粒子が壁粒子に挟まり、部分的に高圧になることで計算の不安定化に繋がりがやすい。

斜面付き水槽の計算領域を図-3.11 に示す。水槽の左側は壁、右側は勾配 1/1.5 の斜面、底面の幅 0.3 m、水深 0.5 m である。壁粒子とダミー粒子については上記の通り配置し、水粒子は階段状に配置する。

既往研究より得られている, 検討された振動数, 各振動数の側壁波高および斜面遡上高さの最大変位を表-4 に, 計算に用いた主要なパラメータを表-5 に示す. また, 矩形水槽の場合と同様, 開始2秒間は静止させる.

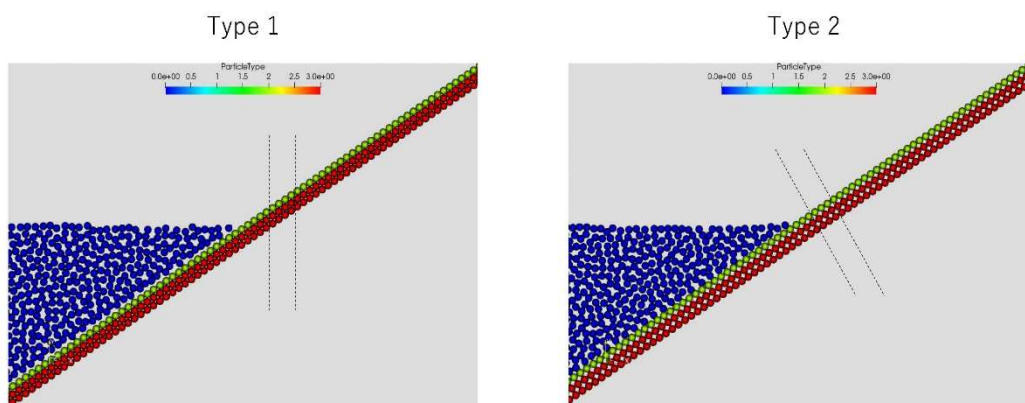


図-3.10 傾斜部の壁粒子の配置の違い

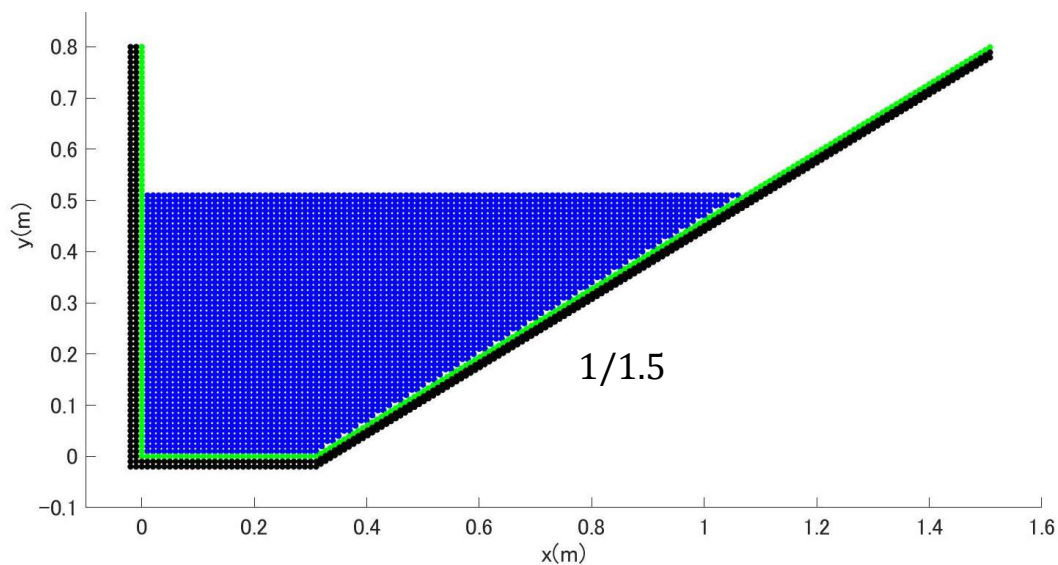


図-3.11 スロッシング計算の計算領域（斜面付き水槽）

表-4 富田（2016）から得られた実験結果

振動数 f [Hz]	0.5	0.6	0.64	0.7	0.8	0.9
遡上高さの 最大変位 R [m]	0.010	0.049	0.295	0.084	0.052	0.038
側壁波高の 最大変位 H [m]	0.004	0.024	0.148	0.042	0.010	0.006
振動数 f [Hz]	1.0	1.02	1.1	1.2	1.3	
遡上高さの 最大変位 R [m]	0.075	0.249	0.069	0.017	0.042	
側壁波高の 最大変位 H [m]	0.032	0.073	0.046	0.016	0.019	

表-5 斜面付き水槽におけるスロッシング計算のパラメータ

総粒子数	4255
重力加速度 g [m/s^2]	9.8
流体の密度 ρ [kg/m^3]	1.0×10^3
動粘性係数 ν [m^2/s]	1.0×10^{-6}
粒子間距離 d [m]	1.0×10^{-2}
影響半径 r_e [m]	$2.4d = 2.4 \times 10^{-2}$
時間刻み幅 dt [s]	2.5×10^{-4}
総計算時間 T_{max} [s]	2.0×10^1
強制加振の片振幅 A [m]	7.5×10^{-3}
加振振動数 f [Hz]	0.5~1.3を 0.1 刻み & 共振点 0.64, 1.02

c) 結果

図-3.12 に側壁波高，図-3.13 に遡上高さの共振曲線を示す．側壁波高について，第一次共振点は実験と一致しているが，第二次共振点が高振動数側にずれた．遡上高さにおいては，第一次，第二次共振点がともに高振動数側にずれた．また，共振点における波高の減衰が著しい．

そこで，減衰の様子を確認するため，第一次共振振動数 $f = 0.64 \text{ Hz}$ における側壁波高および遡上高さの変位を実験と比較した．実験の動画は入手できたが時系列データがなかったため，実験動画より 1 周期ごとの変位のピークを調べた．表-4 で示したように，共振点における遡上高さと同様に側壁波高の最大変位はわかっているため，動画からそれぞれの最大変位をメジャーで測り，原寸大との比を求めた．その比を用いて，動画から測った 1 周期毎の変位のピークの大きさを換算した．図-3.14 に側壁波高の時系列データ，図-3.15 に遡上高さの時系列データを示す．図中黒線が数値計算の結果から得られた変位，赤線が動画から測定した変位を示している．遡上高さについては，実験と同様に 1 周期ごとのピークのみをプロットしている．側壁波高の変位は，4 波目まではおおよそ実験と合っているが，それ以降波高が増幅していかないことがわかる．遡上高さの変位は，10 秒前後まではむしろ数値計算の変位の方が大きく，徐々に逆転していつている．また，Type1 においてわずかな位相のずれがみられる．

Type2 を用いた計算が 16 秒強で止まっているのは，斜面の壁粒子に流体粒子が挟まり計算が不安定化したためである．

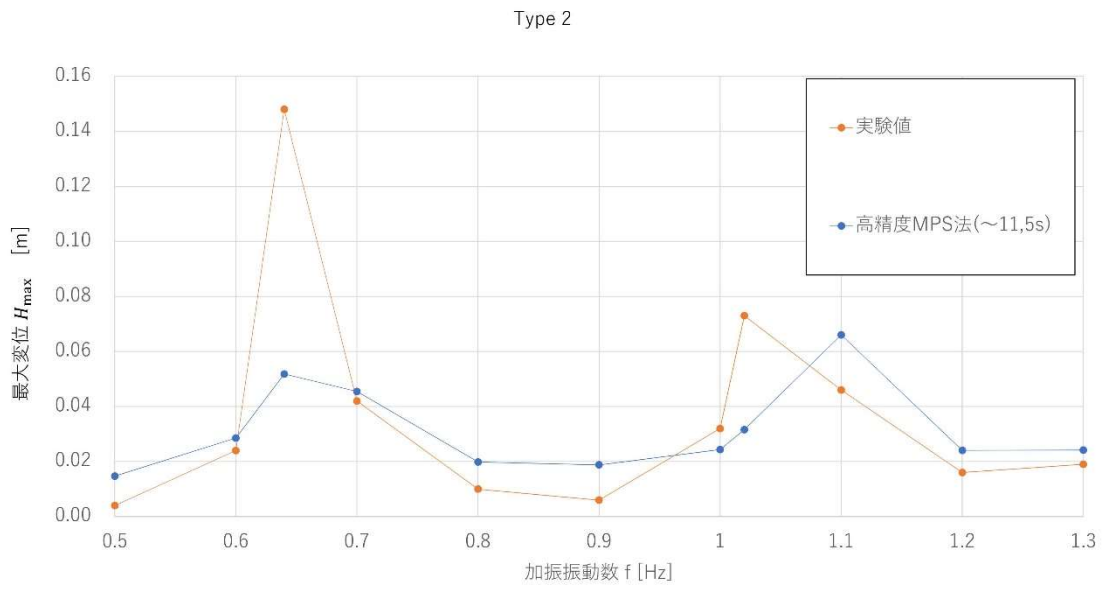
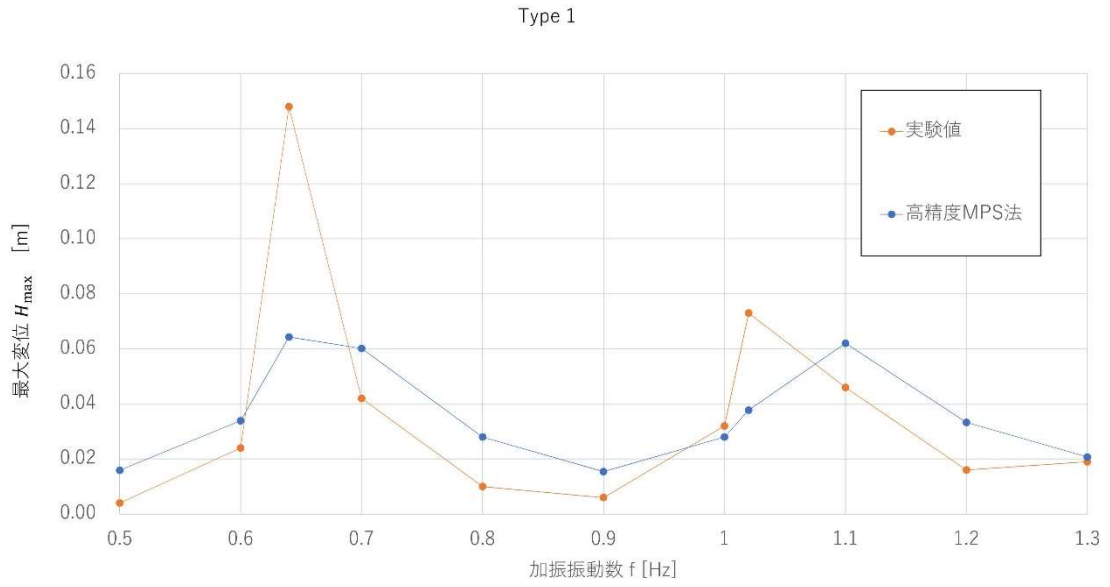


図-3.12 側壁波高の共振曲線（上図：Type1，下図：Type2）

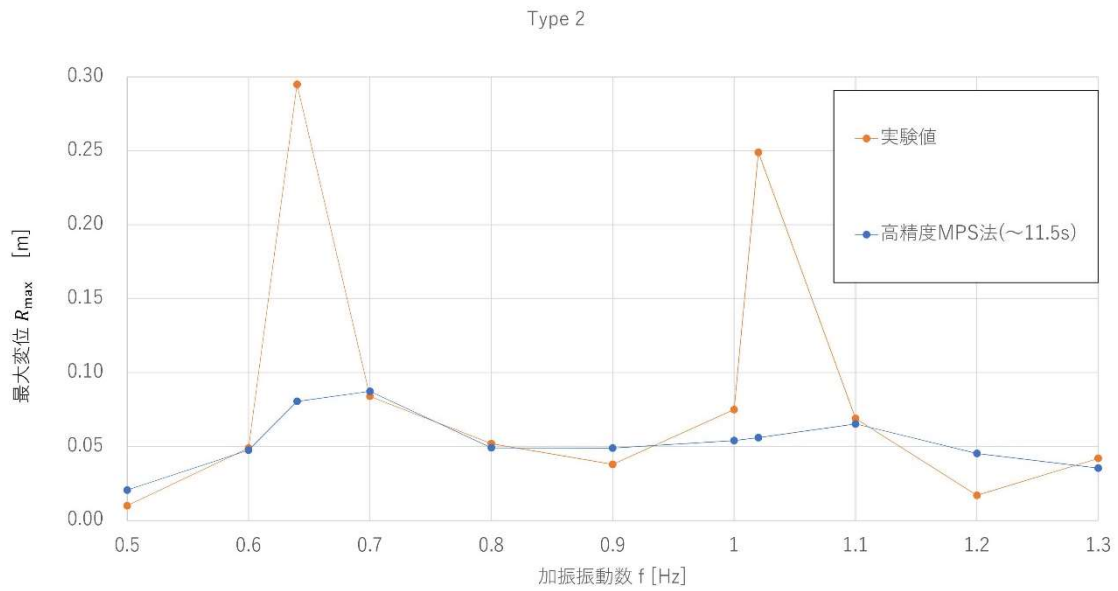
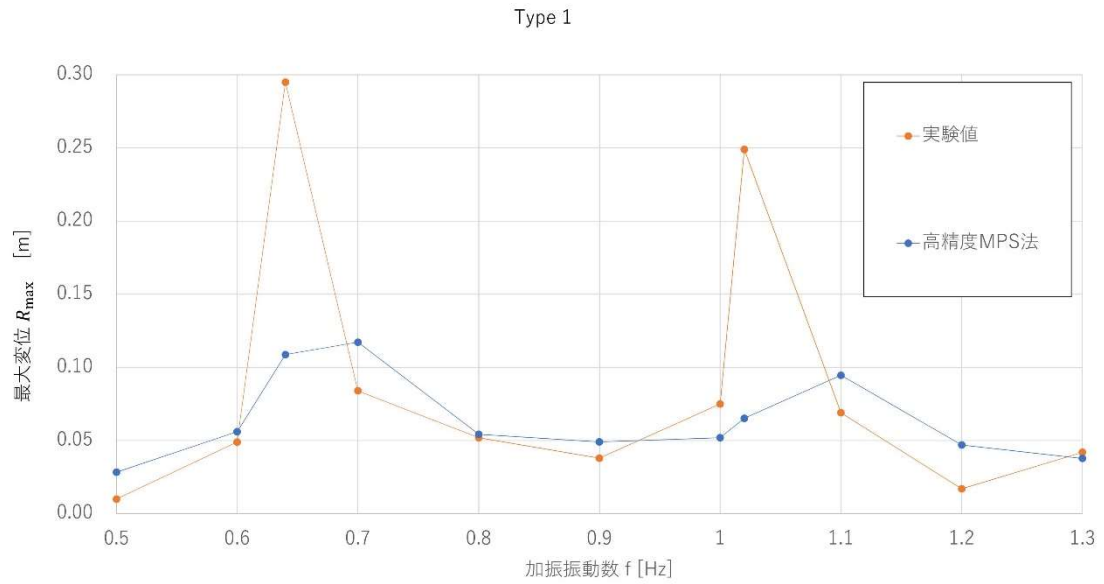


図-3.13 遡上高さの共振曲線（上図：Type1，下図：Type2）

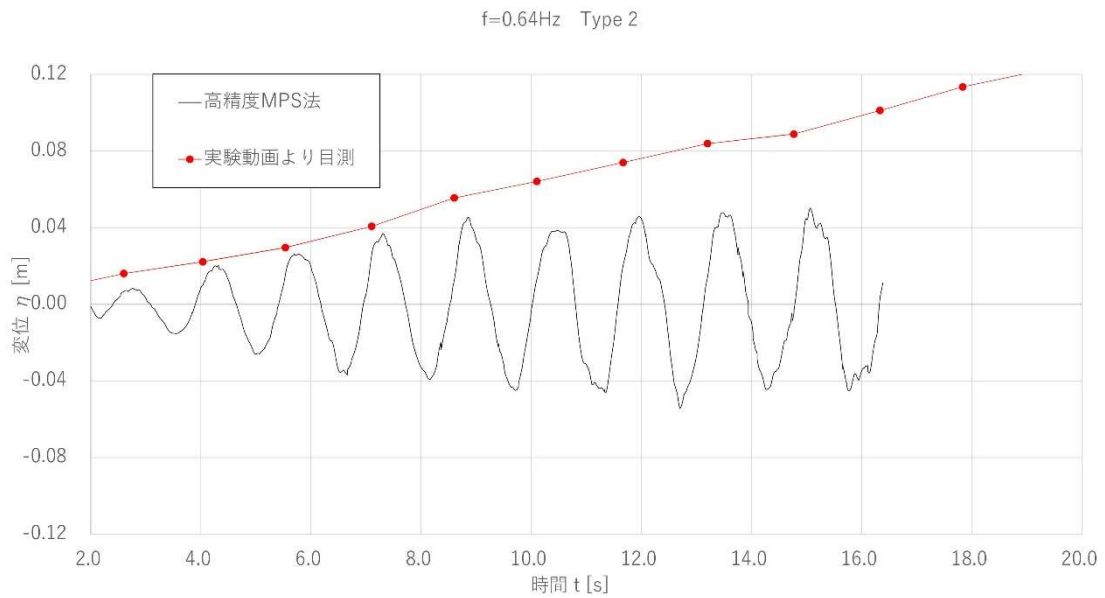
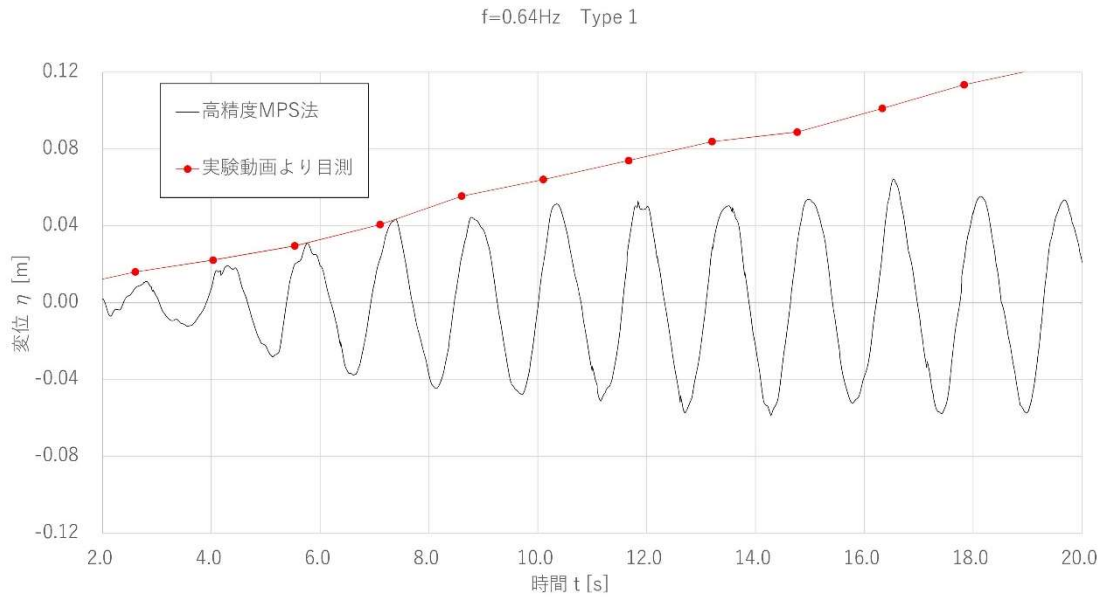


図-3.14 共振点における側壁波高の変位の時系列データ（上図：Type1，下図：Type2）

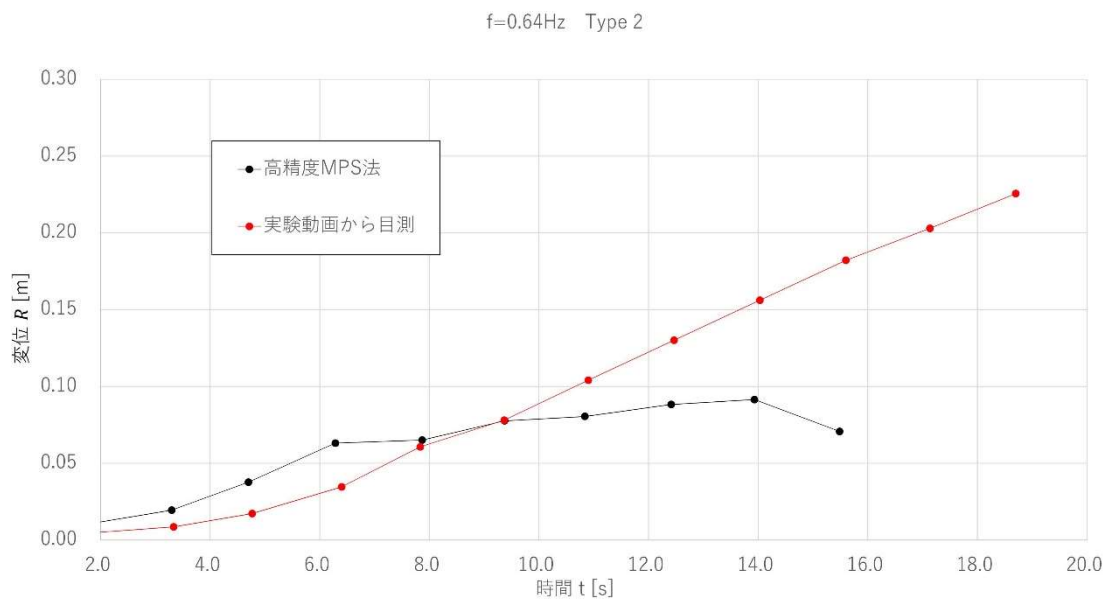
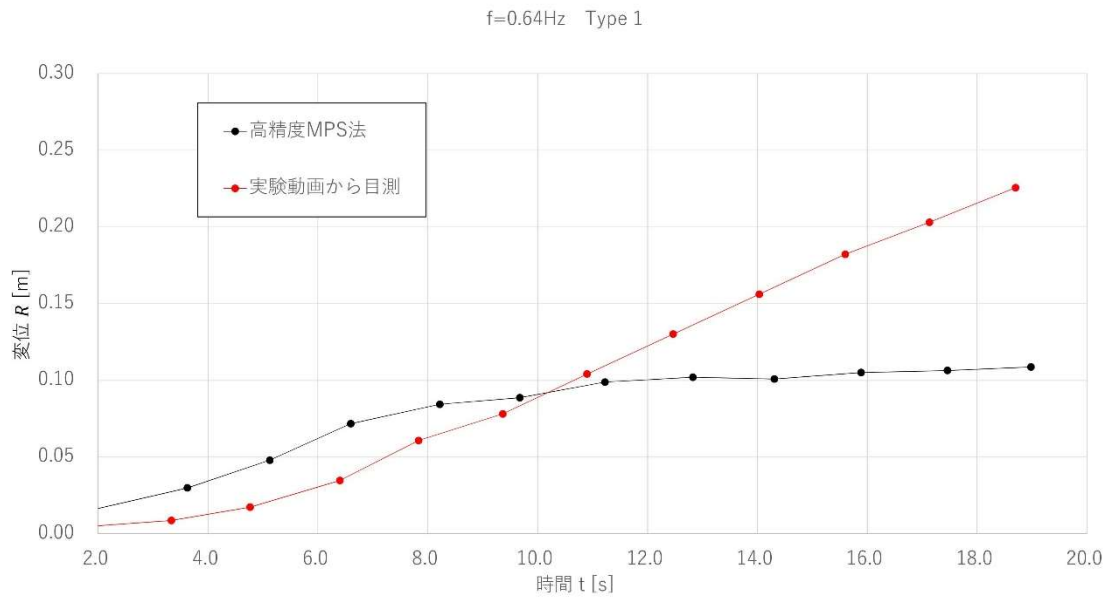


図-3.15 共振点における1周期ごとの遡上高さの最大振幅（上図：Type1，下図：Type2）

3.3.3 粒子径とスロッシング波高振幅の関係

前節のスロッシング計算の結果から、共振点においても波高が大幅に減衰してしまうことがわかった。計算の解像度、つまり粒子径が減衰に関与しているのではないかと考えたため、図-3.8 で示した幅0.5m、水深0.3mの計算領域で粒子径を変えて実施し、波高を調べた。表-6 に計算に用いたパラメータを示す。

図-3.16 に左側壁波高の時系列データ、図-3.17 に各粒子径と計算中最大の波高の変位の関係を示す。図-3.16 の横軸は時間 $t[s]$ 、縦軸は波高の振幅 $\eta[m]$ を加振振幅 $A[m]$ で無次元化した η/A である。図-3.17 の横軸は粒子径 $d[m]$ を水槽幅 $L[m]$ で無次元化した d/L 、縦軸は η/A である。 $0.04 \leq d/L \leq 0.1$ においては、振幅はあまり大きく変わらなかったが、 0.025 以下で急に振幅が大きくなった。 $0.01 \leq d/L$ までは、粒子径を小さくするほど、つまり高解像度にするほど波高の振幅が単調に増加するが、それ以上粒子径を小さくしても、波高の振幅は増加しなかった。

表-6 斜面付き水槽におけるスロッシング計算のパラメータ

総粒子数	180, 462, 648, 2028, 7038, 10668
重力加速度 $g [m/s^2]$	9.8
流体の密度 $\rho [kg/m^3]$	1.0×10^3
動粘性係数 $\nu [m^2/s]$	1.0×10^{-6}
粒子間距離 $d [m]$	5.0×10^{-2} , 2.5×10^{-2} , 2.0×10^{-2} , 1.0×10^{-2} , 5.0×10^{-3} , 4.0×10^{-3}
影響半径 $r_e [m]$	$2.4d = 2.4 \times 10^{-2}$
時間刻み幅 $dt [s]$	2.5×10^{-4}
総計算時間 $T_{max} [s]$	2.0×10^1
強制加振の片振幅 $A [m]$	2.0×10^{-3}
加振振動数 $f [Hz]$	第一次共振振動数 1.2760909

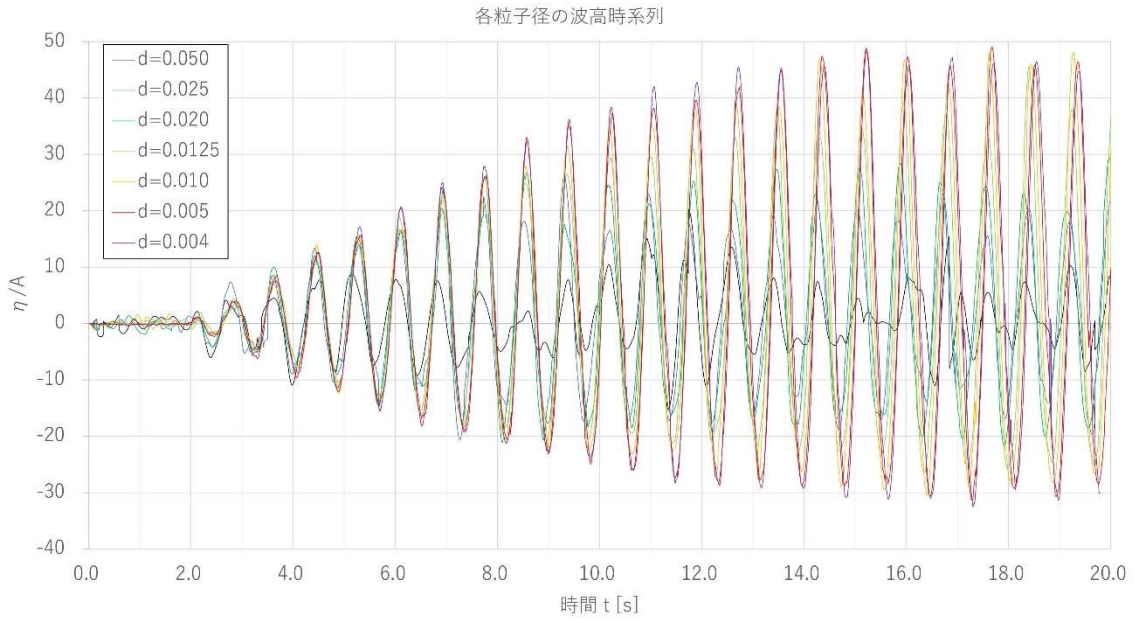


図-3.16 粒子径別の波高の時系列データ

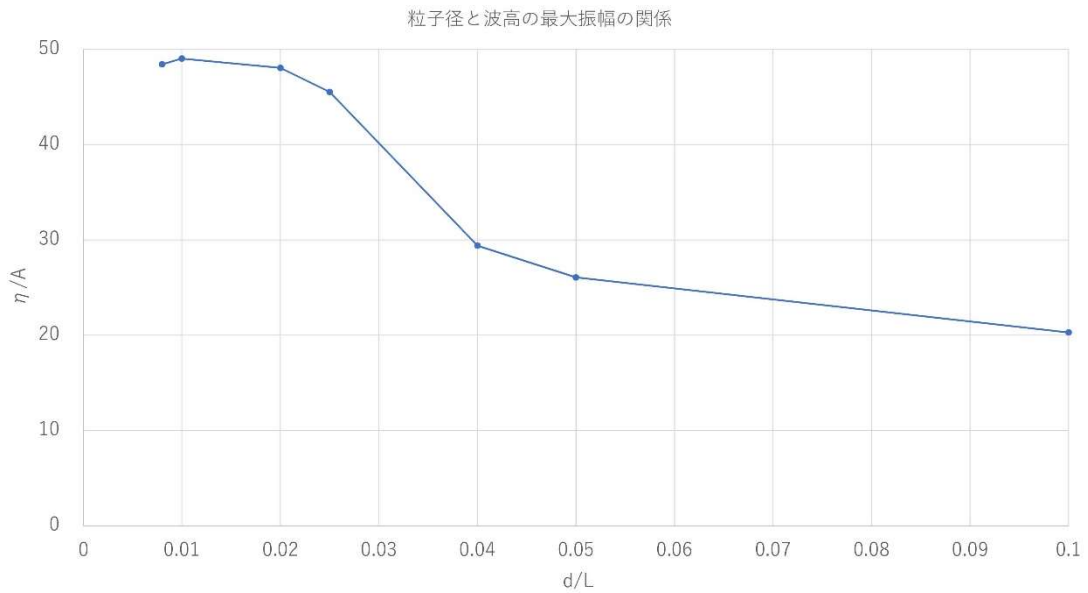


図-3.17 波高と粒子径の関係

3.3.4 スロッシング計算に関する考察

矩形水槽について、共振振動数の理論値との誤差は第一次共振が 0.04%、第二次共振が 3.7%と非常に小さく収まっているため、精度は十分と言って良いと考えられる。

斜面付き水槽について、共振点において側壁波高、遡上高さともに大きく減衰している。一見第一次共振点があっているように見えるが、徐々に振幅が増幅していった結果ではないことが図-3.14 上図からわかる。遡上高さの共振点も高振動数側に移動しているの、実験と比較して数値計算の共振点はわずかに高振動数側に遷移すると考えられる。斜面付き水槽に関しては、加振振動数の刻み幅を0.1Hzとしたため矩形水槽ほど細かくはわかっていないが、誤差は0.1Hz以下で収まっていると考えたため、精度は十分なものとした。

また、傾斜部における壁粒子の配置に関して、Type1 において遡上高さの周期にずれが生じたことから、Type2 を使うべきではないかと考えた。

粒子径と波高振幅の関係について、 $0.01 \leq d/L$ では粒子径が小さいほど減衰は低減されており、 d/L が0.025 以下になると途端に波高の振幅が大きくなる。また、 $0.008 \leq d/L \leq 0.02$ において波高振幅の値に大きな差はなく、粒子径をある程度まで小さくすると、波高振幅の値が安定した。本研究では、粒子数と計算時間の都合から $d/L = 0.008$ の解像度までの検討にとどまっており、粒子径をさらに小さくすれば、さらに減衰を抑えられる可能性もあるが、本研究では、抑制板による減衰効果が確認できるほどの振幅があれば良いことと計算時間の兼ね合いから、 d/L は0.02 または 0.01 として計算する。

4. 没水平板のモデル化

4.1 壁粒子を用いた平板モデルの検討

没水平板の減衰効果を粒子法によって評価した前例がないため、まずは、粒子法における平板のモデル化が必要である。本研究では、没水平板が存在する領域に壁と同様の粒子（壁粒子）を用いて、不透過境界条件を実現したモデル化を考える。

平板は全方向から不透過であるため、薄壁面と同様の境界条件を全方向から与えればよいであろう。第2章で述べた壁面境界条件として Neumann 境界条件を付加するためには、流体と接する壁粒子の背後にダミー粒子が存在しなければならない。また、板近傍の流体粒子の影響半径内に板の反対側の水粒子が含まれてはいけない。

そこで、図-4.1 に示したような、1層のダミー粒子の周りを壁粒子で囲むように配置し、水平板であれば最低でも3層の粒子を使ったモデル化方法を考案した。図中の赤い丸はダミー粒子、緑の丸は壁粒子、青い丸は流体粒子を表す。点線は仮想上の壁面、黒の円は流体粒子に影響を与える領域の大きさである。

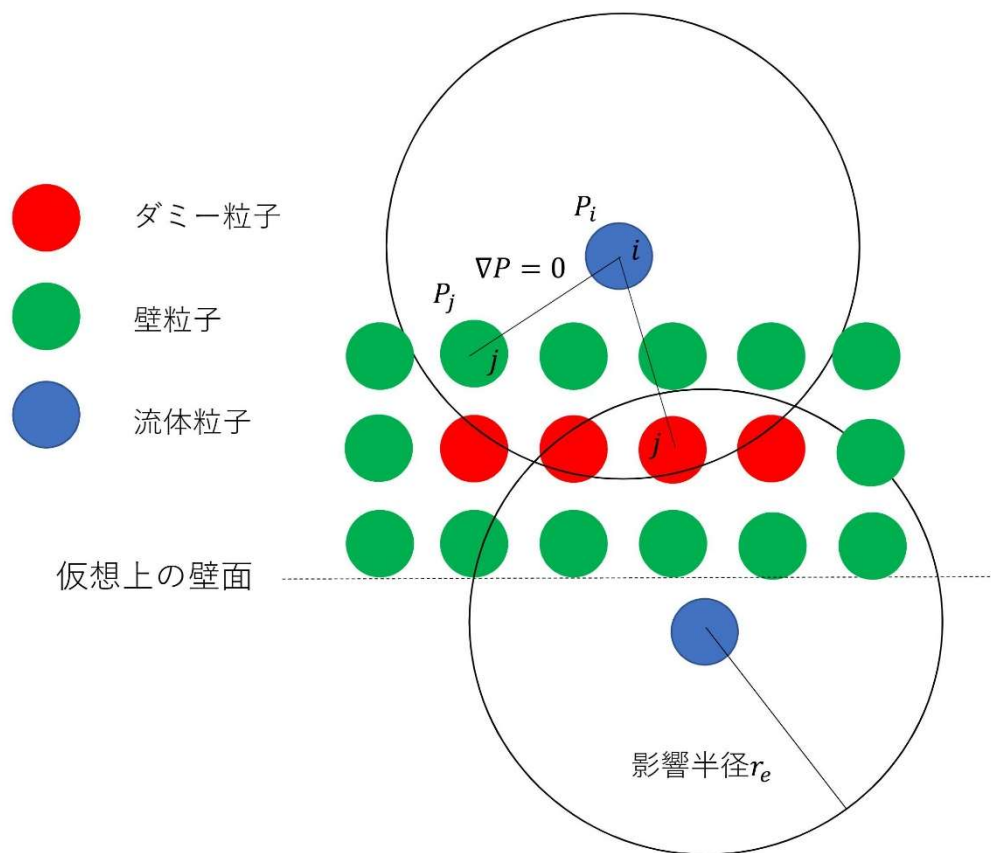


図-4.1 粒子を用いた平板のモデル化

4.2 提案モデルによるスロッシング減衰効果の検証

4.2.1 検証方法

没水平板を使った既往研究の実験結果と数値計算の結果を比較する。本研究では浦田³⁾の実験結果を使用する。浦田(2009)の共振曲線のグラフをグラフ数値読取システム(GSYS2.4)によって数値化し、数値計算結果から得られる同様の共振曲線と減衰傾向を比較する。

4.2.2 計算条件

浦田(2009)では、幅 0.45 m 、高さ 0.45 m の矩形水槽、水深 0.25 m とし、抑制板による対策なし、両側壁付近の水面下 25 mm に平板を設置、両側壁付近の水面下 100 mm に平板を設置した計3パターンの実験と過渡振動解析が行われた。

本研究では、 $0.0\text{ m} < x \leq 0.45\text{ m}$ かつ $0.0\text{ m} < y \leq 0.25\text{ m}$ の範囲に水粒子、周囲の水槽部を壁粒子1層、ダミー粒子2層とし、水平方向、鉛直方向ともに粒子と点接触するように配置する。抑制板を水面下 25 mm に設置した場合の計算領域を図-4.2に示す。浦田(2009)にて板のどの部分を設置する深さの基準とするかは言及されていなかったため、ここでは提案した平板モデルのダミー粒子の座標を抑制板の設置深さとした。計算に用いた主要なパラメータを表-7に示す。

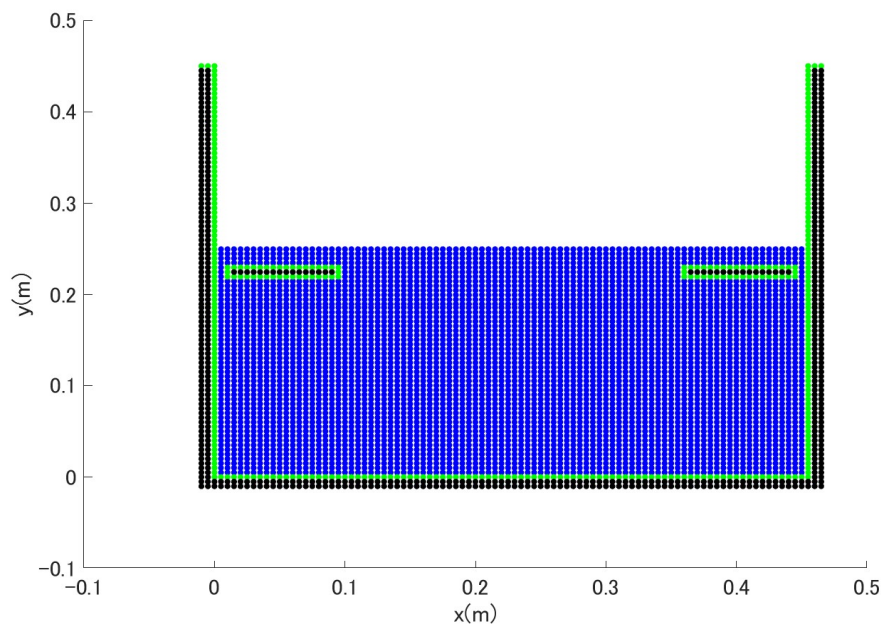


図-4.2 浦田(2009)の再現計算の計算領域(抑制板あり)

表-7 浦田（2009）の再現計算のパラメータ

総粒子数	5328
重力加速度 g [m/s^2]	9.8
流体の密度 ρ [kg/m^3]	1.0×10^3
動粘性係数 ν [m^2/s]	1.0×10^{-6}
粒子間距離 d [m]	5.0×10^{-3}
影響半径 r_e [m]	$2.4d = 2.4 \times 10^{-2}$
時間刻み幅 dt [s]	2.5×10^{-4}
総計算時間 T_{max} [s]	2.0×10^1
強制加振の片振幅 A [m]	2.0×10^{-3}
加振振動数 f [Hz]	0.8~1.5を0.05刻み & 共振点 1.276909

4.2.3 計算結果

図-4.3 に共振曲線を示す。上図は対策なしと抑制板の設置位置が水面下100mmの場合、下図が対策なしと抑制板の設置位置が水面下25mmの場合の実験と数値計算の結果をそれぞれ示している。図-4.4 に板がない場合とある場合の流速分布を示す。左側が対策なし、右側が平板を水面下25mmに設置した場合で、上から順に加振開始直後、加振開始から約8秒後、加振開始から約18秒後である。

まず、対策なしの場合について、既往研究による実験と本研究の数値計算の共振点がほぼ一致した。共振振動数の理論値は、実際の共振振動数よりも高振動数側にあり、これは前章の矩形水槽のスロッシング計算の結果からも類推できる。

続いて没水平板を設置した場合、水面下100mmのとき、共振点が低振動数側に遷移する様子が既往研究の実験と同様数値計算でも再現できている。しかし、前章のスロッシング計算の結果と同様、共振振動数における変位が実験に比べて数値計算では非常に小さくなっており、反対に共振点以外では、数値計算の変位の方が実験結果より大きく評価されている。また、共振点が実験に比べてさらに低振動数側にずれている。水面下25mmの場合、全体的に造波が抑制されている様子が再現できているが、実験に比べて減衰量が大きいことがわかる。

流体の流速分布について、対策なしの場合、容器底部の角付近を除いたほとんどの流体が大きく移動した。抑制版を設置すると、流体の運動は主に水表面付近や容器底部に限られ、抑制板の設置水深から容器底部にかけての流体の大半はあまり動かないことが分かった。

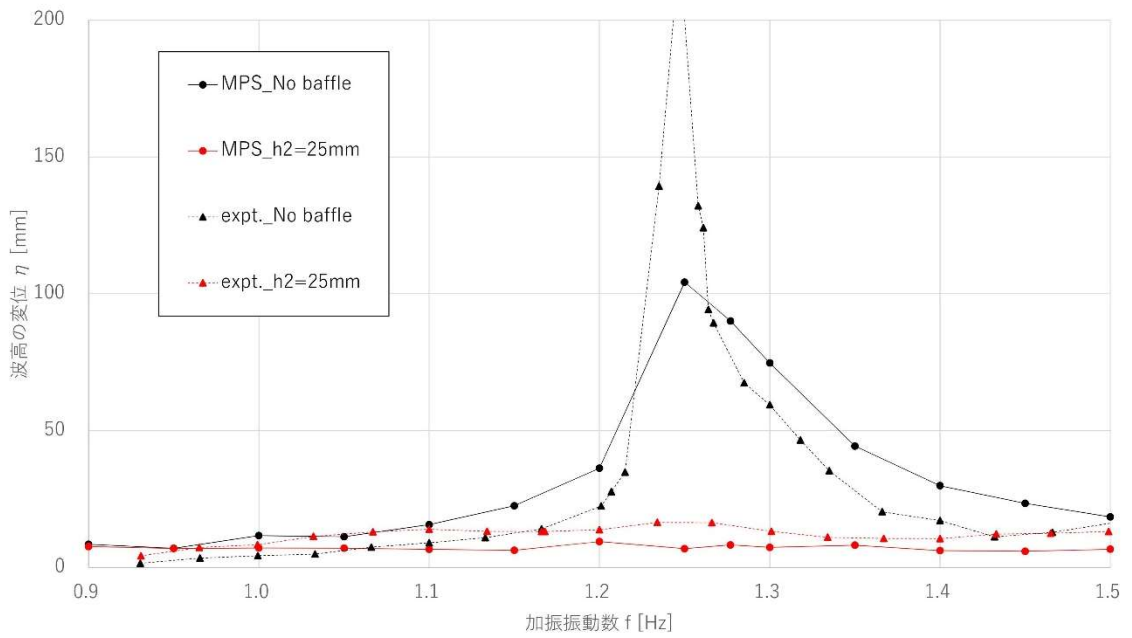
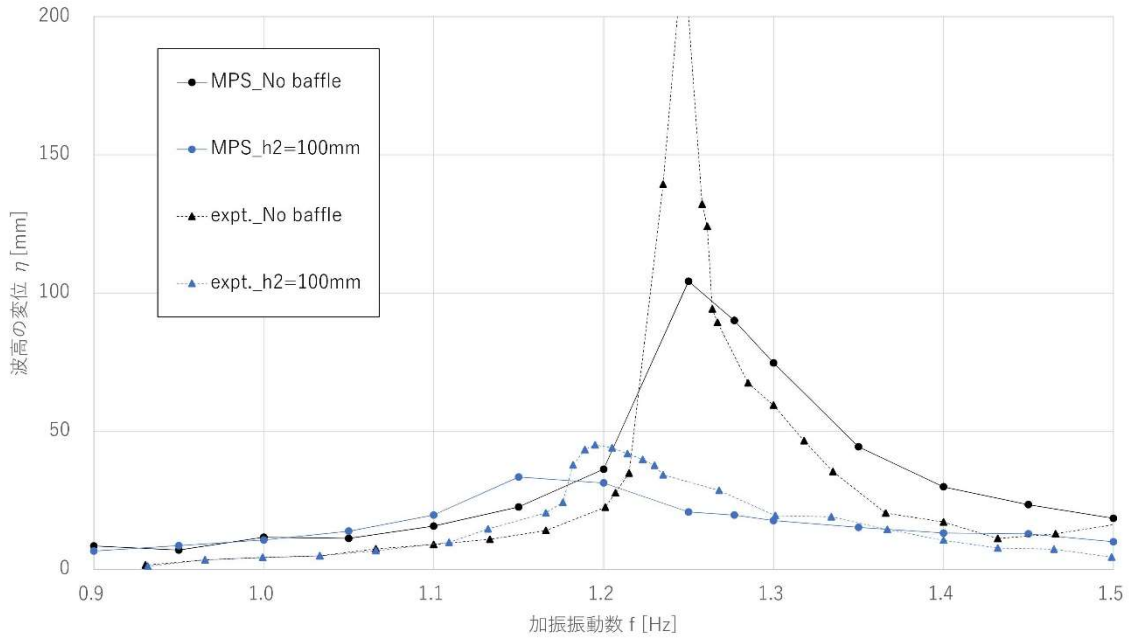


図-4.3 実験結果と数値計算結果の比較

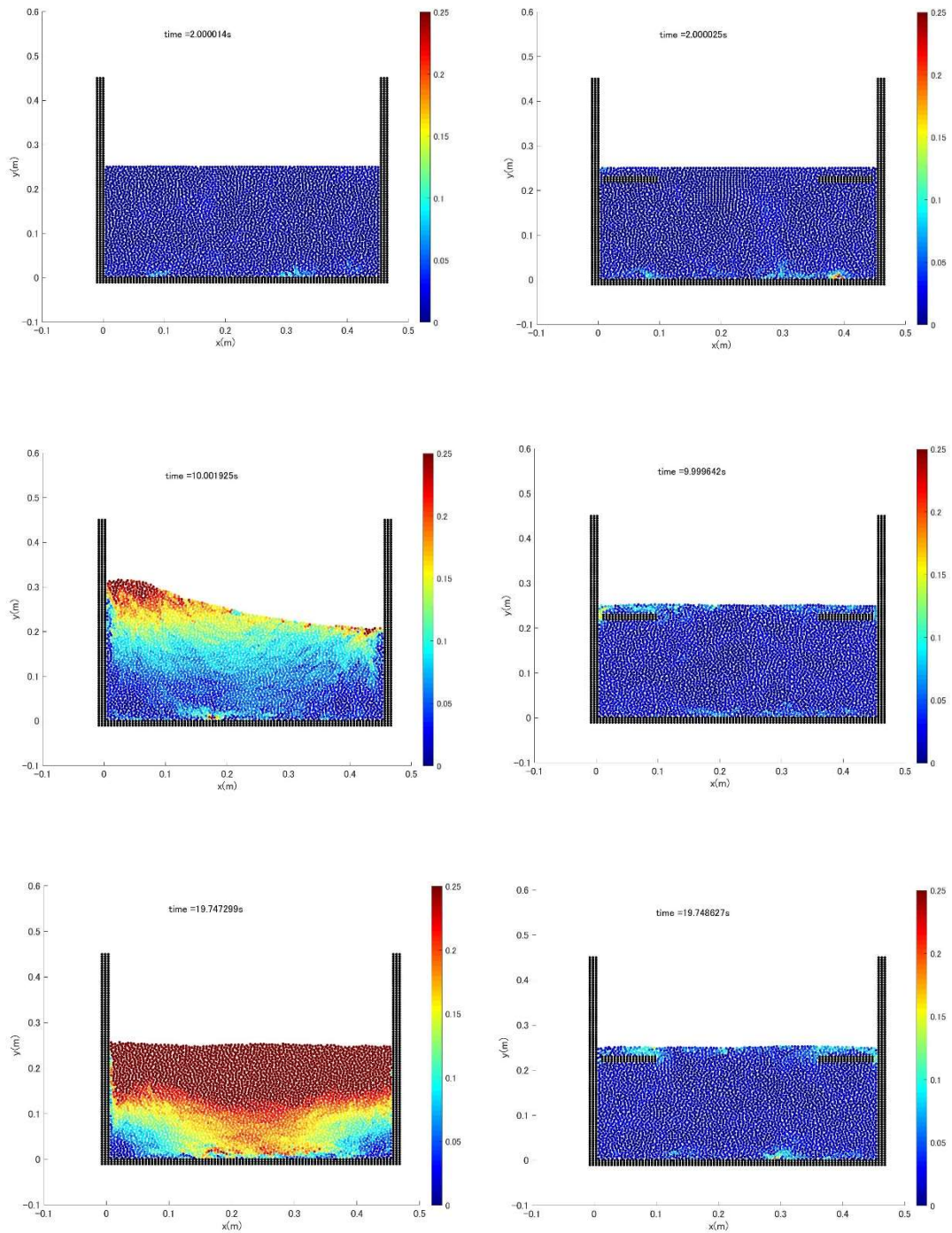


図-4.4 流体粒子の流速 (左：対策なし，右：水面下25mmに平板)

4.3 平板モデルに関する考察

提案した平板モデルを用いて、スロッシング抑制の効果が確認できた。平板を設置する水深によって造波抑制への効果が変わる様も再現することができた。その反面、減衰量や共振点の遷移は実験値とずれが生じた。

考えられる要因の一つとして、平板の厚みの違いが考えられる。提案した平板モデルでは、最低でも粒子3層分の厚みが必要となる。実験では板の厚さは3mmだが、本研究で行った数値計算では15mm相当となり、本来の5倍の厚みになってしまっている。また、抑制板の中心を設置水深に合わせているので、設置水深が浅くなればなるほど、本来の実験よりも抑制版上部の流体の量が少なくなり、減衰効果が高まってしまうと考えられる。

減衰のメカニズムについての考察を述べる。図-4.4 から、抑制板を設置することで板の上部および角付近で流速が速くなること、また、抑制板を設置した水深から容器底部にかけての流体粒子があまり動かなくなることが分かった。これは、板によって鉛直壁付近の流体粒子が鉛直方向に動くのを妨げているからである。

抑制板周辺で部分的に流体の流速が速くなって速度のばらつきが生まれると、近傍の流体粒子との間にせん断力がかかり、エネルギー損失が生じるのではないかと考えた。また、抑制板によって摩擦面も増え、流体と板による摩擦もエネルギー損失に繋がる。

また、抑制板を設置すると、大きく振動する流体は主に抑制板より浅い部分に限られた。流体の挙動が抑制板上部に限定されることで、運動する流体の水深が変化して共振振動数が変化したのではないかと考えた。本章の再現計算では、摩擦によるエネルギー損失よりも共振振動数の変化による効果が卓越しているのではないかと考えている。

5. 没水多孔板のモデル化

5.1 富田（2016）の実験について

多孔板のモデル化にあたって富田（2016）の実験の再現計算を行うため、その実験について簡単に説明する。

実験に使用された水槽を図-5.1 に示す。水槽の左側は鉛直壁、右側が勾配 1/1.5 の斜面になっており、左側壁に多鋼板を 3 枚設置している。水深が0.5mで、多孔板の設置位置は水面下4cm, 8cm, 12cmである。対策なしの場合と開口率 10%の多孔板を設置した場合で、それぞれの左側壁付近の波高の最大上昇量と斜面の遡上高さの最大上昇量を加振振動数ごとに比較した。

実験から、第一次共振振動数および第二次共振振動数で加振したとき減衰率が大きくなることが報告されており、スロッシング防止策として多孔板が有効であることが示された。

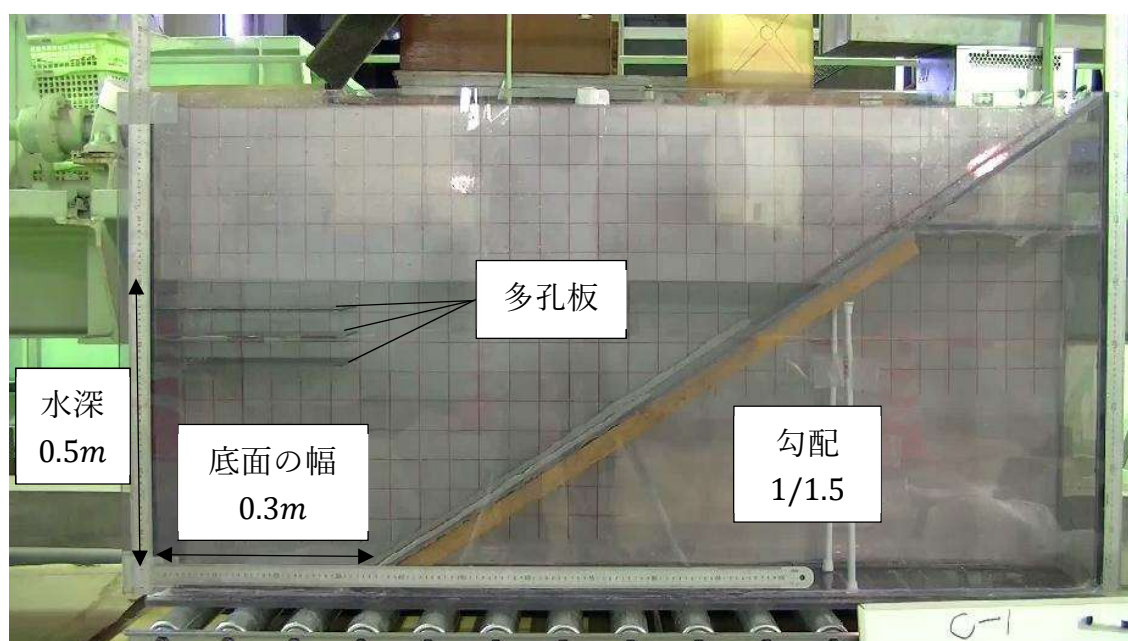


図-5.1 富田（2016）で使用された水槽

5.2 仮想減衰領域を用いた多孔板モデルの検討

富田（2016）で使用された多孔板を図-5.2 に示す。平板の場合、全方向から不透過のシンプルな条件を課せば良いため、壁粒子とダミー粒子を併用し壁と同様の境界条件を与えることで実現できた。しかし、多孔板は図のように平面に多くの穴が空けられている。2次元の解析では図-5.1のように水槽を真横から見た断面のみ考えているため、実際多孔板と同数かつ同位置の穴を表すことは難しい。

そこで、多孔板を設置する位置に仮想的な減衰領域を設けるという方法を考案した。多孔板を模した減衰領域に流体粒子が侵入した場合、多孔板の透過方向成分にのみ抵抗力が加わるよう支配方程式に新たな抵抗項を付加し、

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2 u + f - \frac{u}{\kappa} \quad (5.1)$$

とした。ここに、 κ ：透水性を表す係数である。

図-5.3 に多孔板モデルのイメージ図を示す。図中の青い丸は流体粒子、グレーの四角は仮想減衰領域、黒い矢印は粒子の移動方向、赤い矢印は流体粒子が多孔板モデルから受ける抵抗、 \mathbf{u} は流速ベクトル、 v は鉛直方向の流速を表す。例えば、富田（2016）は多孔板を水平に設置しており、それは鉛直方向に透過であるということなので、流速の鉛直成分を計算する際に上式を用いる。

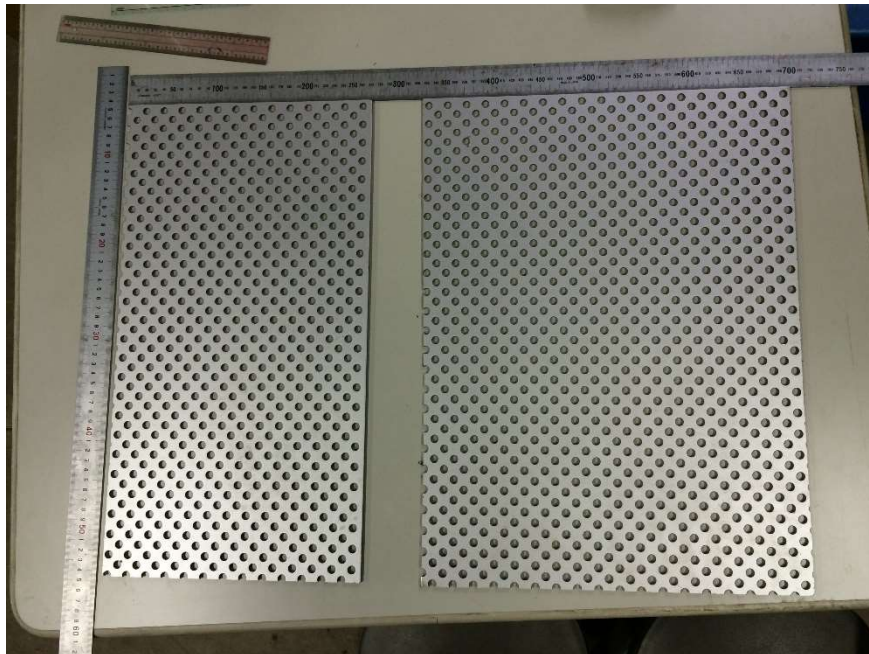


図-5.2 富田（2016）で使用された多孔板

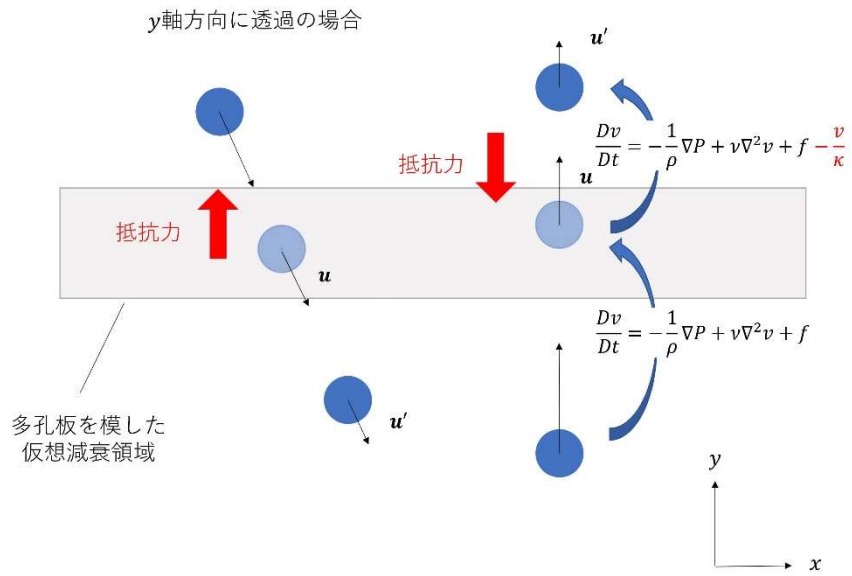


図-5.3 多孔板に代わる仮想減衰領域の設定

5.3 提案モデルによるスロッシング減衰効果の検証

5.3.1 検証方法

提案した多孔板モデルを用いて富田 (2016) の再現計算を行い，提案モデルによって減衰が再現できるか確認する．3.3.2 節と同様に，実験動画より 1 周期ごとの波高および遡上高さの変位のピークを算出し，数値計算から得られる変位の時系列データと比較する．

5.3.2 計算条件

図-5.3 に再現計算の計算領域を示す．実験では，液面下4cm, 8cm, 12cmの側壁に幅0.3mの多孔板を計 3 枚設置している．計算では，3 枚の多孔板が設置されている範囲，つまり，左側壁から幅0.3m, $0.38m \leq y \leq 0.46m$ で囲まれた範囲全体を減衰領域とした．水槽の形状，大きさ自体は図-3.11 のものと同じで，本章の計算では仮想減衰領域が設定されている．表-8 には再現計算に用いた主要なパラメータを示す．

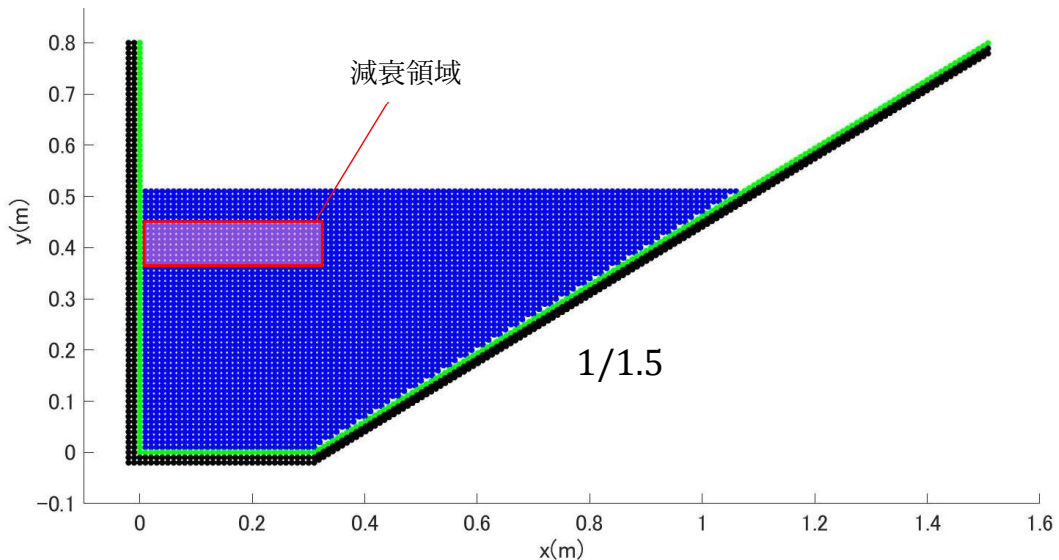


図-5.3 富田 (2016) 再現計算の計算領域

表-8 富田 (2016) 再現計算のパラメータ

総粒子数	4255
重力加速度 g [m/s^2]	9.8
流体の密度 ρ [kg/m^3]	1.0×10^3
動粘性係数 ν [m^2/s]	1.0×10^{-6}
粒子間距離 d [m]	1.0×10^{-2}
影響半径 r_e [m]	$2.4d = 2.4 \times 10^{-2}$
時間刻み幅 dt [s]	2.5×10^{-4}
総計算時間 T_{max} [s]	2.0×10^1
強制加振の片振幅 A [m]	7.5×10^{-3}
加振振動数 f [Hz]	第一次共振振動数 0.64
透水性を表す係数 κ [s]	0.01

5.3.3 計算結果

図-5.4 に結果を示す。図中実線は図-3.15 で示した対策なしの場合の遡上高さ，点線が多孔板を設置した場合の遡上高さで，それぞれ黒が MPS 法，赤が実験の結果である。横軸は時間 t [s]，縦軸は遡上高さの変位 R [m]で，上図は斜面の粒子配置が 3.3.2 節で述べた Type1 の場合，下図は Type2 の場合である。

Type1 では，14 秒以降で過剰な減衰が見受けられるが，Type2 では非常に近い値が得られた。また，Type によらず，多孔板有りの場合でも開始から約 6 秒は数値計算の結果の方が実験値より大きくなる。

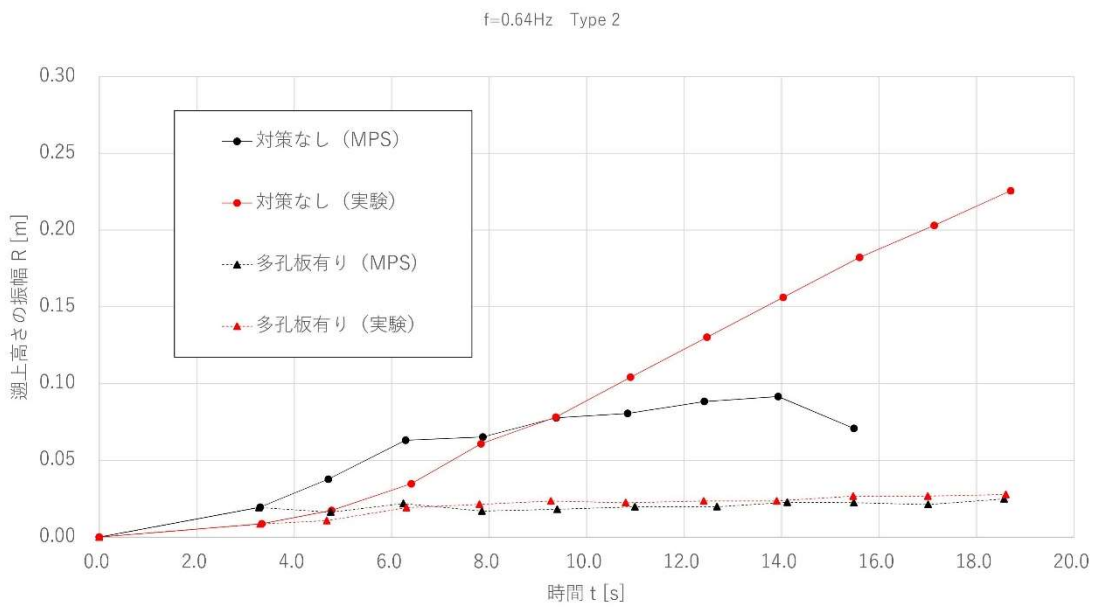
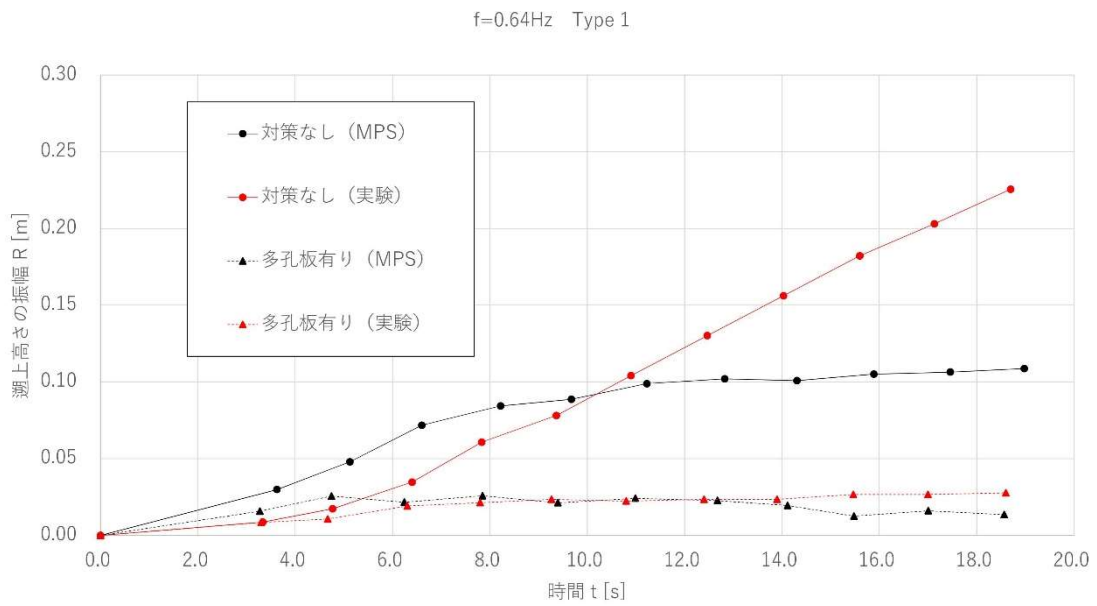


図-5.4 1 周期ごとの遡上高さの最大振幅 (上図: Type1, 下図: Type2)

5.4 多孔板モデルに関する考察

提案した多孔板モデルによって、減衰効果が得られることが確認できた。富田 (2016) の再現計算において、3枚の多孔板が設置された範囲全体を減衰領域として設定したが、多孔板1枚だけの場合でも設定できる。前章の平板モデルでは、板の厚みが粒子径に依存してしまいが、このモデルを用いると粒子径の大きさに関係なく板の厚みを設定できるというメリットがある。

本研究では、提案した多孔板モデルの抵抗項を速度の1乗に比例するものとしたが、2乗に比例させるという方法もある。これは、減衰領域の厚みが極めて薄い場合、もしくは流体粒子の運動が激しく1ステップの移動距離が大きい場合等において、抵抗を受けて十分に減速する前に減衰領域外に抜け出してしまう可能性を考慮し、一度に受ける抵抗力を増加させるという目的からである (図-5.5 参照)。

また、計算開始から6秒前後まで、数値計算から得られる遡上高さの振幅の方が実験のそれよりも大きくなっている点について、数値計算では、計算開始から2秒後以降一定の加振振幅、周期で加振しているが、実験では緩起動が設定されている。それが原因と考え、計算開始2秒後から7秒後までの5秒間で加振振幅が線形に増加するように緩起動を組み込んで再度計算した。しかし、緩起動の有無では遡上高さはほぼ変わらず、現状で明確な原因は明らかにできなかった。

透水性を表す係数 κ について、本章の再現実験では様々な値を試した結果から0.01という値を用いた。本研究での検証は限られた条件でしか行われていないため、板の枚数や開口率等から係数 κ の決定手法を確立する必要があるだろう。

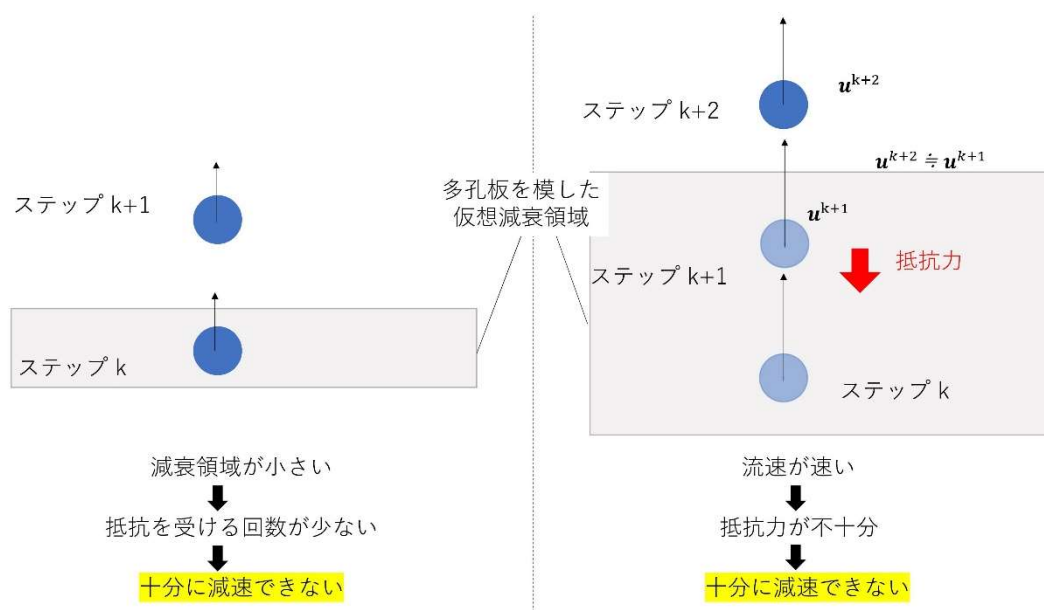


図-5.5 仮想減衰領域にて十分な減速ができない流体粒子

6. まとめと今後の課題

6.1 本研究のまとめ

本研究では、スロッシング防止策の一つである抑制板の減衰効果を粒子法の一つである MPS 法によって評価するという初めての試みを行った。そのため、基本型の MPS 法に高精度スキームを各種組み込んだ高精度 MPS 法の計算コードを FORTRAN により作成した。このプログラムを用いて、解析精度を 3 つのベンチマークテストにより検証した。以下、具体的に示す。

第 3 章では、高精度 MPS 法である MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND 法の解析精度を、静水圧計算、容器内定在波計算、スロッシング計算によって確認した。各項精度手法については、開発された時点で精度の向上について述べられている。しかし、複数の手法を組み合わせた高精度 MPS 法については、使用された既往研究はいくつかあるものの、圧力場の擾乱や、粒子の振動等の基礎的な検証についてはほぼ言及されていない。これらを定量的に評価して得られた結果は非常に有用なものであると考えている。

第 4 章では、粒子を用いて没水平板をモデル化する方法を考案し、粒子法を用いた減衰評価を初めて行った。考案したモデルで一定の減衰効果が得られることを確認し、実験結果と近い傾向を示すことがわかった。

第 5 章では、多孔板という複雑な形状を再現する代わりに、仮想的な減衰領域内において支配方程式に抵抗項を付加することで減衰を再現するという手法を提案し、その効果を確認した。抵抗項の係数の決定手法は提案できていないが、適切な値を用いれば十分な精度で減衰の再現計算が可能であることを示した。

6.2 今後の課題・展望

壁面の形状が複雑になると計算が不安定化することや、スロッシング再現計算において波高振幅が過小評価されるという問題は、本研究では改善には至らなかった。前者について、壁面境界条件の高精度化が必要だろう。後者について、自由表面の取り扱いや運動量を保存させる等、こちらもまだまだ高精度化の余地があるだろう。

また、本研究で作成した計算コードでは並列計算は行っていない。MPS 法の半陰解法型アルゴリズムは計算時間が過大であるため、粒子数が多い大きなスケールもしくは粒子径を小さくした高解像度の計算を効率的に計算するためにも並列化は必要であると考えられる。

参考文献

- 1) 消防庁消防大学校：平成 23 年（2011 年）東北地方太平洋沖地震の被害及び消防活動に関する調査報告書（第 1 報），消防研究技術資料第 82 号.
- 2) 小林信之，三枝努，実晃司，柴田碧：隔壁を用いた円筒および二重円筒容器のスロッシング防止法，日本機械学会論文集 C 編，62(594)，482-487，1996.
- 3) 浦田喜彦：水平抑制板を用いたスロッシングの抑制法（長方形タンクにおける基本的検討），日本機械学会論文集 C 編，75(749)，50-57，2009.
- 4) 新開明二，井関俊夫，山口悟，岩本才次：阻止版付きタンク内の液体スロッシングの解析，西部造船会々報，78，173-187，1989.
- 5) 則竹一輝，鈴木森晶，奥村哲夫，佐口浩一郎，倉橋奨：矩形貯槽におけるスロッシング挙動とその抑制方法に対する検討，土木学会論文集 A2（応用力学），68(2)，I_785-I_794，2012.
- 6) 滝川清，田淵幹修：有限要素法による波動解析について，海岸工学講演会論文集，27，1-5，1980.
- 7) Harlow, Francis H., Billy, D. Meixner. : The particle-and-force computing method for fluid dynamics, No. LAMS-2567, LOS ALAMOS NATIONAL LAB NM, 1961.
- 8) Koshizuka, S., Oka, Y. : Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, Nuclear science and engineering, 12(3), 421-434, 1996.
- 9) 米山裕一：MPS 法による水平加振される水槽内での波の発生に関する流体解析，東京海洋大学卒業論文，2018.
- 10) Lucy, Leon B : A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, The astronomical journal, 82, 1013-1024, 1977.
- 11) 越塚誠一：計算力学レクチャーシリーズ⑤ 粒子法，22-50，一般社団法人日本計算工学会，2005.
- 12) 岡安章夫：数値波動水槽-碎波波浪計算の深化と耐波設計の革新を目指して-，69-82，公益社団法人土木学会，2012.
- 13) 後藤仁志，堀智恵実，五十里洋行：GPU による粒子法半陰解法アルゴリズムの高速化，土木学会論文集 B，66(2)，217-222，2010.
- 14) 田中正幸，益永孝幸，中川泰忠：解像度可変型 MPS 法，日本計算工学会論文集，20090001-20090001，2009.
- 15)
- 16) 日比茂幸，藪下和樹：MPS 法の不自然な圧力振動の抑制に関する研究，関西造船協会論文集，241，125-131，2004.
- 17) 後藤仁志：粒子法 連続体・混相流・粒状体のための計算科学，128-132，森北出版株式会社，2018.

- 18) Khayyer, A. , Gotoh, H. : Modified moving particle semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure, *Coastal Engineering*, 56(4), 419-440, 2009.
- 19) Tanaka, M. , Masunaga, T. : Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by quasi-compressibility, *Journal of Computational Physics*, 229(11), 4279-4290, 2010.
- 20) Kondo, M. , Koshizuka, S. : Improvement of stability in moving particle semi-implicit method, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 65(6), 638-654, 2011.
- 21) Khayyer, A. , Gotoh, H. : Enhancement of stability and accuracy of the moving particle semi-implicit method, *Journal of Computational Physics*, 230(8), 3093-3118, 2011.
- 22) Khayyer, Abbas, and Hitoshi Gotoh. "A higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation by the MPS method, *Applied Ocean Research*, 32(1), 124-131, 2010.
- 23) Monaghan, Joe J. : Smoothed particle hydrodynamics, *Annual review of astronomy and astrophysics*, 30(1), 543-574, 1992.
- 24) Tsuruta, N. , Khayyer, A. , Gotoh, H. : A short note on dynamic stabilization of moving particle semi-implicit method, *Computers & Fluids*, 82, 158-164, 2013.
- 25) Wendland, Holger. : Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree, *Advances in computational Mathematics*, 4(1), 389-396, 1995.
- 26) Wu, GrX. , R. Eatock Taylor. : Finite element analysis of two-dimensional non-linear transient water waves, *Applied Ocean Research*, 16(6), 363-372, 1994.
- 27) 富田晃弘 : 水平加振される水槽内での波の発生と水平板による抑止効果に関する実験的研究, 東京海洋大学卒業論文, 2016.
- 28) 小松敬治 : スロッシング 液面揺動とタンクの振動, 2-5, 森北出版株式会社, 2015.

謝辞

本論文を提出するにあたり、あたたかいご指導ご鞭撻を賜りました、東京海洋大学教授・岡安章夫先生、同教授・池谷毅先生、同准教授・稲津大祐先生に厚く御礼申し上げます。お忙しい中、頻繁に先生方の部屋へ質問しに行く私に、示唆に富んだご意見を多くくださいました。

東京海洋大学教授・谷和夫先生には、検討会にて時には厳しいご意見をいただき、改めて自分の研究の意義や流れを意識するきっかけを作っていただきました。

楽しい時間を過ごさせていただきました、沿岸域工学研究室の仲間にも心から感謝いたします。社会人ドクターの北村福太郎さん、宇野喜之さんには、本論文の作成時に書き方の相談に乗っていただき、また、PCに疎い私に便利な機能やソフトウェアなど、研究の基盤となることを教えていただきました。同じ粒子法を使った研究をされている Chen Tianning さんには、MPS 法の高精度化にあたって相談に乗っていただきました。そして、特に同期の土橋陽一郎さんには、学部4年からの3年間、お互いに刺激し合うだけでなく、日頃から研究の合間にお喋りをしたり食事に行ったり、たくさん支えられてきました。

最後に、お世話になった皆様に重ね重ね御礼申し上げます。