自動販売機補充問題に対する組合せ最適化アプローチ

著者	宮本 裕一郎 , 久保 幹雄
雑誌名	東京商船大学研究報告. 自然科学
巻	51
ページ	27-33
発行年	2000
URL	http://id.nii.ac.jp/1342/00000555/

自動販売機補充問題に対する組合せ最適化アプローチ

宮本裕一郎[*]
Yuichiro MIYAMOTO
東京商船大学
Tokyo University of Mercantile Marine

久保幹雄[†]
Mikio KUBO
東京商船大学
Tokyo University of Mercantile Marine

平成12年9月29日

概要

自動販売機内の棚割はコラムと呼ばれ，自動販売機に在庫する商品の割当をコラム割当と呼ぶ．コラム割当を組合せ最適化の観点からモデル化し，数理計画問題として定式化した．定式化した数理計画問題に対し，コラムのパターン生成を用いた厳密解法と，タブーサーチを用いた発見的解法を提案する．

1 はじめに

最近の日本の若者は水道水を飲まないと言われている．自動販売機によって場所・時間を問わず清涼飲料水を手にいれることができることが理由の一つとして挙げられる．これは世界のほかの国に比べて日本の治安水準が高いためであり，実際日本全国には約5,500,000台の自動販売機が設置され，その販売金額は約7兆円である[1]．まさに日本は自動販売機大国である．その自動販売機に今，大きな変化が訪れようとしている．従来，自動販売機における売上状況は数日に一度行われる補充の際にのみ知ることができた．しかし近年の情報通信機器の高性能化と廉価化により，個々の自動販売機に通信機器が組み込まれ，リアルタイムな売り上げデータの収集が容易になってきた．

自動販売機に対する在庫配送計画は以下の3つの観点からコストの削減ができる．

1. 製品の配送拠点および自動販売機の配置を変更する．
2. 個々の自動販売機の商品陳列を変更する．
3. 自動販売機への配送ルートおよび配送時期を決める．

1は数年に一度行われるレベルの意志決定であり，「戦略レベルの意志決定」と呼ばれる．2は数ヵ月に一度意思決定が行われる業務であり，戦術レベルの意思決定と呼ばれる．商品陳列の最適化は補充周期を長くして補充費用を削減することにつながる．また，これはサービスレベルの向上にもつながる．3は日々意思決定が行われる業務であり，作戦レベルの意思決定と呼ばれる．以上3つはお互いに独立ではなく，密接に関係している．総費用の最適化だけを考えた場合，3つの要素を同時に考慮したモデルを作り，そのモデルに対して最適化すれば良い．しかし，3つを同時に考慮したモデルは求解が困難でありまた，意志決定のレベル(あるいは期間)が異なるため，同時に考慮することは適切でない．それぞれ大切な意志決定であるが，本稿では特に，3について議論する．

[*]yuichiro@ipc.tosho-u.ac.jp
[†]kubo@ipc.tosho-u.ac.jp
[1] 1999年現在

平成12年9月29日受付

自動販売機はその設置場所によって，売れ筋商品が異なるのが普通である．個々の自動販売機におけるリアルタイムな売り上げデータが正確にわかれば，それを元にしてそれぞれの商品の需要量を予測することができる．商品需要の予測ができれば，あまり売れそうにない製品の保管量を少なくして，そして良く売れそうな商品の保管量を多くして，補充周期を長くすることができるとともに，品切れの削減(サービスの向上)にもつながる．これらは全て総費用削減につながる．本稿では，総費用削減を目的として，補充費用，各製品の需要量，在庫費用，品切れ損失費用が与えられた状態において，個々の自動販売機に対する最適な製品の割当を考える．

以下の構成は次の通りである．2節では，自動販売機に対する製品割当問題をモデル化するための準備をする．3節では，タバコなどを売る自動販売機に対する製品割当問題をモデル化し，貪欲解法を説明する．4節では，清涼飲料水などを売る自動販売機に対する製品割当問題をモデル化し，数理計画問題として単純に定式化する．5節では，4節でモデル化した問題を集合分割問題の類似問題として定式化する．6節では，4節でモデル化した問題に対する発見的解法として，タブーサーチを用いたものを提案する．7節では，まとめを述べる．

2 モデル化の準備

本節では問題をモデル化するために，いくつかの仮定をする．本稿では，缶ジュースやタバコなど，パッケージされた製品のみを売る自動販売機を対象とする．また，各製品は，決められた一定のスピードで消費されるとする．製品を補充する際には，在庫容量の上限まで補充されるとする．製品が品切れの場合には，実際には製品を売ることはできないが，その製品は消費され続けるとした上で品切れ損失費用がかかるとする．そして以下の値が定数として与えられていると仮定する．自動販売機における1日あたりの製品 p の需要量を D_p[個/日] と記す．自動販売機における製品 p1 つあたりの品切れ損失費用を L_p[円/個] と記す．製品を在庫した場合には，在庫費用がかかるとする．自動販売機における1日あたりの製品 p1 つあたりの在庫費用を H_p[円/個・日] と記す．補充費用を F[円/回] と記す．補充費用には配送費用も含まれる．

自動販売機の中は同じ種類の製品を保管する「コラム」と呼ばれる数十の区画に分かれている．よって，自動販売機への製品の割当は，製品のコラムへの割当によって決まると言える．以下，補充周期を t[日] と記す．自動販売機に割当可能な製品 p の全てを集めた集合を P とする．

3 コラム容量が一定の自動販売機

本節では自動販売機のコラムの容量が種類によらず一定量 C[個] である場合を考える．タバコの自動販売機等がこれに相当する．1つの自動販売機のコラム数を S とする．製品 p を割り当てたコラムの数を x_p とする．目的は総費用を最小にすることである．総費用は，補充にかかる費用，製品の在庫費用，製品の品切れ損失費用より成る．簡単のため，1日あたりの各費用を計算し，定式化する．補充費用は t 日に1回発生するので F/t[円/日] である．図1に在庫量の変動を示す．図1(a) は t 日間の需要量が在庫容量以下の場合，(b) は t 日間の需要量が在庫容量より大きい場合である．図1より t 日間の各製品 p の累積在庫量 $i_p(x_p,t)$ は

$$i_p(x_p,t)=\begin{cases}\frac{C^2x_p^2}{2D_p} & (x_p<\frac{D_pt}{C})\\ \left(Cx_p-\frac{D_pt}{2}\right)t & (x_p\geq\frac{D_pt}{C})\end{cases}$$

である．よって1日あたりの全製品の在庫費用は $\sum_{p\in P}H_pi_p(x_p,t)/t$ である．同様に，図1より t 日間の

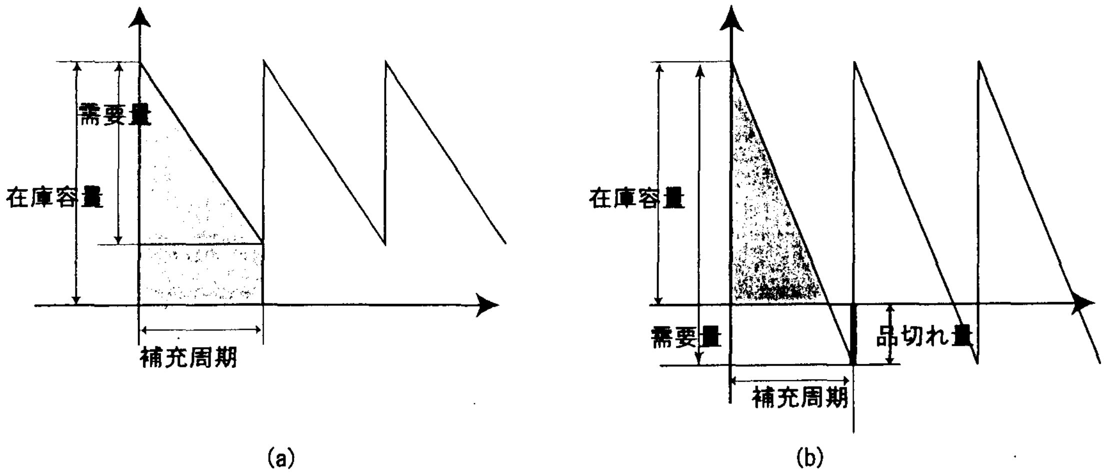

図 1: 在庫量の変動

各製品 p の品切れ量 $b_p(x_p, t)$ は

$$b_p(x_p, t) = \begin{cases} D_p t - C x_p & (x_p < \frac{D_p t}{C}) \\ 0 & (x_p \geq \frac{D_p t}{C}) \end{cases}$$

である．よって 1 日あたりの全製品の品切れ損失費用は $\sum_{p \in P} L_p b_p(x_p, t)/t$ である．以上より数理計画問題として定式化すると，

$$\begin{array}{ll} \text{最小化} & \frac{F}{t} + \sum_{p \in P} \frac{H_p i_p(x_p, t)}{t} + \sum_{p \in P} \frac{L_p b_p(x_p, t)}{t} \\ \text{条件} & \sum_{p \in P} x_p \leq S \\ & x_p \in \mathrm{Z}^+, t \in \mathrm{N} \end{array}$$

となる．本稿では Z^+ は非負整数を，N は自然数を表すものとする．補充周期 t が定数 T であると仮定すると，目的関数は x_p に関する凸関数の和で表現される．よってその場合は貪欲解法で最適解を求められる．貪欲解法で求めた解の最適性については [1] を参照されたい．製品 p が使うコラム数を x_p にしたときの製品 p の在庫費用と品切れ損失費用の和を $\mathrm{COST}_p(x_p)$ とする．図 2 に具体的な貪欲解法を示す．たとえ売上の少ない自動販売機でも，通常 1 月に 1 回は補充をする．よって T は通常は 1 から 31 程度の値なので全探索が可能であり，t と x_p 両方を同時に考慮した最適解を得ることができる．以下に具体的な貪欲解法を示す．貪欲解法の計算時間は $O(S|P|)$ である．

4 コラム容量が一定でない自動販売機

本節ではコラムの容量が一定量でない自動販売機について考える．清涼飲料水の自動販売機等がこれに相当する．コラムは容量別に種類分けされているとし，種類の集合を K とする．種類 $k \in K$ のコラムの容量を C_k，数を S_k とする．製品 p を割り当てた種類 k のコラムの数を x_{pk} とする．図 3 に 20 個のコラム (を持つ自動販売機) のコラム容量の例を示す．容量が 35 のコラムが 5 つ，容量が 30 のコラムが 5 つ，容量が 25 のコラムが 5 つ，容量が 23 のコラムが 3 つ，容量が 20 のコラムが 2 つである．コラムの種類を数字で

貪欲解法

input: D_p, S
output: x_p
begin
全ての p に対して $x_p := 0$;
while $\sum_{p \in P} x_p < S$ **do**
　begin
　全ての p の中で $\mathrm{COST}_p(x_p+1) - \mathrm{COST}_p(x_p)$ が最小となる p を p^* とする;
　$x_{p^*} := x_{p^*} + 1$;
　end
end

図 2: 貪欲アルゴリズム

35	35	35	35	35
30	30	30	30	30
25	25	25	25	25
23	23	23	20	20

図 3: コラム容量の例

表すとし，$K = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ とすると，$C_1 = 35, S_1 = 5, C_2 = 30, S_2 = 5, C_3 = 25, S_3 = 5, C_4 = 23, S_4 = 3, C_5 = 20, S_5 = 2$ である．ジュースを一番上の段のコラム 1 つと 2 番目の段 2 つに割り当てるとすると，$x_{\text{ジュース},1} = 1, x_{\text{ジュース},2} = 2$ である．前節と同様の議論により，各製品 p の在庫量 $i_{pk}(x_{pk}, t)$ と品切れ量 $b_{pk}(x_{pk}, t)$ を

$$
i_{pk}(x_{pk}, t) = \begin{cases} \frac{C_k^2 x_{pk}^2}{2D_p} & (\sum_{k \in K} C_k x_{pk} < D_p t) \\ \left(C_k x_{pk} - \frac{D_p t}{2}\right) t & (\sum_{k \in K} C_k x_{pk} \geq D_p t) \end{cases}.
$$

$$
b_{pk}(x_{pk}, t) = \begin{cases} D_p t - C_k x_{pk} & (\sum_{k \in K} C_k x_{pk} < D_p t) \\ 0 & (\sum_{k \in K} C_k x_{pk} \geq D_p t) \end{cases}
$$

と定義する．数理計画問題として定式化すると，

$$
\text{最小化} \qquad \frac{F}{t} + \sum_{p \in P} H_p \sum_{k \in K} \frac{i_{pk}(x_{pk}, t)}{t} + \sum_{p \in P} L_p \sum_{k \in K} \frac{b_p(x_{pk}, t)}{t}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{条件} \quad & \sum_{p \in P} x_{pk} = S_k, \qquad \forall k \\
& x_{pk} \in \mathrm{Z}^+ \\
& t \in \mathrm{N}
\end{aligned}
$$

となる．前節と同様 t を固定してもなお，この問題は x_{pk} に関する 2 次計画問題でありかつ整数制約があるため，直接数理計画ソルバーで求解するのは，困難である．

5 パターン生成による定式化

本節では，製品に割り当て可能なコラムの集合の可能なパターンを列挙して，製品にパターンを割り当てる問題として定式化する．

コラムの組み合わせをパターンとよぶ．同じ種類のコラムを複数組み合わせたものもまたパターンに含まれること，そして空集合もパターンに含まれることに注意する．パターン $j(\in J)$ に含まれるコラムの集合を K_j と記す．製品 p に割り当て可能なパターンの集合を J_p と書く．もちろん $J_p \subseteq J$ である．パターン j にコラム $k(\in K_j)$ が含まれている回数を a_{jk} とする．図 3 の例の場合，パターンとして，$\emptyset, \{1\}, \{1,2\}, \{2,2,3\}, \ldots$ などがある．$J = \{\emptyset, \{1\}, \{1,2\}, \{2,2,3\}, \ldots\}$ であり，$K_1 = \emptyset, K_2 = \{1\}, K_3 = \{1,2\}, K_4 = \{2,2,3\}, \ldots$ である．また，$a_{42} = 2, a_{43} = 1$ である．製品 p にパターン j を割り当てたときの t 日間の費用を $\mathrm{COST}_{pj}(t)$ とする．これは，在庫費用および品切れ損失費用をもとに

$$
\mathrm{COST}_{pj}(t) = \begin{cases} H_p \sum_{k \in K_j} \frac{C_k^2 a_{jk}^2}{2D_p} + \sum_{k \in K_j} (D_p t - C_k a_{jk}) & (\sum_k a_{jk} C_k < D_p t) \\ H_p \sum_{k \in K_j} \left(C_k a_{jk} - \frac{D_p t}{2} \right) t & (\sum_k a_{jk} C_k \geq D_p t) \end{cases}
$$

と決まる．

製品 p にパターン j のコラムを割り当てるとき 1，それ以外のとき 0 の 0-1 変数を x_{pj} とする．

以上の準備のもとに整数線形計画問題として定式化すると

$$
\begin{aligned}
\text{最小化} \quad & \frac{F}{t} + \frac{1}{t} \sum_{p \in P} \sum_{j \in J} \mathrm{COST}_{pj}(t) x_{pj} \\
\text{条件} \quad & \sum_{j \in J_p} x_{pj} = 1, \qquad \forall p \in P, \\
& \sum_{p \in P} \sum_{j \in J_p} a_{jk} x_{pj} = S_k, \qquad \forall k \in K, \\
& x_{pj} \in \{0,1\}, t \in \mathrm{Z}^+
\end{aligned}
$$

となる．この定式化において t を固定すると，$S_k = 1$ の仮定の下では集合分割問題（集合被覆問題）となるので，専用のソルバーが適用可能となる．パターンの数は $C_1 \cdot C_2 \cdot \cdots \cdot C_K$ 個存在するのでその全てを列挙するのは事実上不可能である．こういった問題に対しては列生成法の適用が一般的である．しかし，今回のコラム割当問題に限ってはパターンの無駄な列挙を省くだけで対応できる．容量が大きすぎて明らかに使われないパターンは計算する前に分かるので，ある閾値以下の容量のパターンだけを列挙すれば良い．

6 タブーサーチを用いた発見的解法

本節ではタブーサーチを用いた発見的解法を提案する．発見的解法とは，理論的には最適解が得られるとは限らないが，実験的には最適解に近い (あるいは最適解と同じ) 解が得られる解法を指す．一般に発見的

解法は構築法と改善法からなる．構築法とは，問題から解を生成する方法であり，改善法とは既にある解を改善する方法である．タブーサーチは改善法の一つであり，既に探索した解をしばらくの間覚えておくことによって解探索の巡回を防ぐ方法である．改善法としては他にも遺伝的アルゴリズム，シミュレーテッドアニーリングなどがある．詳しくは [2] を参照されたい．本節で提案する発見的解法において，構築法としてはランダムな解生成を用いる．以下にコラム割当問題におけるタブーサーチの基本的考え方を説明する．1つのコラムに注目して，そのコラムに割り当てる製品を入れ換える操作をタブーサーチの近傍操作とする．コストを減らすためには製品を何も割り当てないコラムもあり得ることを考慮し，コストがかからないダミーの製品を用意する．一度探索した近傍はしばらくの間探索をしないよう記憶しておく．コラムに割り当てる製品を入れ換える際には，タブーでない製品とコラムの組合せの中で，コストの減少が最大のものを選ぶとする．ここでコストが減少する入れ換え候補がない場合には，コストの増加が最も少ないものを入れ換えることに注意する．タブーサーチを表現するために以下の変数を定義する．コラムを k で表し，コラムの集合全体を K で表す．製品を p で表し，製品の集合全体を P で表す．タブーの長さ (期間) を LS とする．コラム k へ割り当てられた製品を $assign(k)$ とする．実行可能解は全ての k に対する $assign(k)$ で表される．図 4 にタブーサーチの概要を示す．タブーサーチを実装する際には，タブーの期間を記憶するの

タブーサーチ
input: $\mathrm{assign}(k), LS$;
output: $\mathrm{assign}(k)$;
begin
$\forall k \in K, \forall p \in P. TL(k,p) := 0$;　(**comment:** タブーレングス初期化)
初期総コスト計算;
for $i = 1$ **to** $IMAX$ **do**　(**comment:** $IMAX$ は繰り返し回数)
　begin
　全てのコラム k の中で製品を取り除いた場合に最も総コストの減少が大きいものを k^* とする;
　$TL(k^*, p) < i$ を満たす製品 p の中で,
　　コラム k^* に入れた場合に最も総コストの減少が大きいものを p^* とする;
　$\mathrm{assign}(k^*) := p^*$;
　$TL(k^*, p^*) = i + LS$;
　end
end

図 4: タブーサーチ

ではなくタブーでなくなる時期を記憶した方がよい．また，ライフスパン LS を定数にするよりも，ある確率分布に従う乱数にした方が良い解が得られることが多い．

7 まとめ

本稿では，在庫配送問題の中でも特に自動販売機への配送に焦点をしぼり，さらに，個々の自動販売機に対する (総コスト最小化の意味での) 最適コラム割当を組合せ最適化問題としてモデル化した．モデル化した問題を数理計画問題として定式化した場合について考慮し，実用時間内に解くことができる定式化としてパターン割当を用いた定式化を提案した．また，理論的には最適解が得られるとは限らないが，現実的に

は最適に近い解が得られる方法として，タブーサーチを用いた発見的解法を提案した．

今後の課題としてまず，実データあるいは疑似データによる計算実験が挙げられる．パターンを用いた整数線形計画問題およびタブーサーチを用いた発見的解法の解を比較し，大差ないようであれば発見的解法の適用が推奨される．これは，発見的解法の方が，計算時間の意味で，実用的と思われるためである．2つめの課題として複数の自動販売機への配送計画との統合が考えられる．自動販売機への配送計画と個々の自動販売機でのコラム割当は意志決定の期間が異なるため別々に扱うのが普通であるが，コラム割当の変更は自動販売機への補充のついでに行うのが効率的なので，いつコラム割当を変更するかといった問題を考える場合には両者を合わせて考える必要がある．

謝辞

本研究を進めるにあたり御協力をしてくださった，(株)富士電機の皆さん，東京商船大学流通経営研究室の伊藤志保さん，スイキウンさんに感謝いたします．

参考文献

[1] 加藤直樹，ばらつき最小化組合せ問題，離散構造とアルゴリズムI，pp.111–178，近代科学社 (1992)

[2] 久保幹雄，メタヒューリスティックス，離散構造とアルゴリズムIV，pp.171–230，近代科学社 (1995)